

Т. В. Шклярова



КАК

*научить  
Вашего ребенка*

РЕШАТЬ ЗАДАЧИ

1-6 классы

**Т.В. Шклярова**

***Как научить  
Вашего ребёнка***

**решать задачи**

**1– 6 классы**

*Издание 6-е, стереотипное*

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
**Грамотей**

ББК 74.26

УДК 373.167.1:808.2

Т.В. Шклярова

Как научить Вашего ребёнка решать задачи  
(пособие для учителей и родителей)

М.: «Грамотей», 72 с.

Пособие предназначено для родителей и начинающих учителей начальных классов. Всеми предлагаемыми методиками автор успешно пользовался в течение многих лет на уроках математики в начальной школе и в 5-х классах.

Охраняется законом РФ об авторском праве. Воспроизведение всей книги или любой ее части запрещается без письменного разрешения издателя. Нарушение закона преследуется в судебном порядке.

© Т.В. Шклярова

© Издательство «Грамотей»

ISBN 978-5-89769-447-1

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие</b>	4
<b>I. Основные закономерности</b>	5
§ 1. Составные части задачи	5
§ 2. Как правильно читать задачу, или зачем нужна краткая запись	5
§ 3. План решения задачи — цепочка	7
§ 4. Ещё несколько рекомендаций	7
<b>II. Основные типы задач</b>	10
<b>§ 1. Простые задачи на сложение и вычитание</b> (на нахождение суммы и разности, на разностное сравнение, на нахождение слагаемого, уменьшаемого, вычитаемого, задачи с косвенным вопросом)	10
<b>§ 2. Составные задачи на сложение и вычитание</b>	18
<b>§ 3. Задачи на понимание смысла действий умножения и деления</b> (умножение; деление по содержанию и на равные части)	22
<b>§ 4. Различные простые задачи на умножение и деление</b>	24
<b>§ 5. Различные составные задачи на все четыре арифметических действия</b>	26
<b>§ 6. Задачи на цену, количество, стоимость</b>	34
1) Простые задачи	34
2) Составные задачи	35
<b>§ 7. Задачи на движение</b>	39
1) Простые задачи	40
2) Составные задачи на «одновременное» движение	41
3) Задачи на «догонялки» и «трубы»	46
4) Задачи на «скорость течения»	46
<b>§ 8. Задачи на нахождение части числа или числа по его части</b>	54
1) Задачи на доли	54
2) Задачи на дроби	55
3) Задачи на проценты	57
<b>§ 9. Задачи на нахождение среднего арифметического</b>	59
<b>§ 10. Задачи, которые удобнее решать уравнениями, но можно и логически</b>	60
<b>§ 11. Геометрические задачи</b>	62
1) Задачи на периметр	62
2) Задачи на площадь	65
3) Задачи на объём	67

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Я сижу и чуть не плачу —  
не могу решить задачу!

Это не упражнение на правописание ЧУ—ЩУ, а то, что переживает ваш ребёнок почти каждый день!

\*\*\*

В течение многих лет учёбы в школе вашему ребёнку придётся решать огромное количество задач. Сначала это будут задачи по математике, потом они сменятся задачами по алгебре и геометрии, к ним добавятся задачи по физике и химии.

Но, несмотря на кажущуюся непохожесть, в методике их решения существует много общего. Поэтому, если ученик в начальной школе **освоит основные закономерности** в подходе к любой задаче, почувствует, что **решать задачи интересно**, в старших классах на уроках алгебры и геометрии, физики и химии он будет чувствовать себя достаточно уверенно.

Обратите внимание на то, что объяснение каждой задачи во второй главе происходит без ссылок на предыдущие. Ведь, скорее всего, у вашего малыша могут возникнуть трудности с каким-то определенным типом. Вам нет смысла читать всю вторую главу. Достаточно прочесть только те параграфы и разделы, в которых объясняются трудные для вашего ребёнка задачи.

# 1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

## § 1. Составные части задачи

Итак, начнём с самого начала.

Задачу нужно внимательно прочитать (может быть, и не один раз!) и после этого уяснить, что **любая задача** состоит из четырех частей:

- |             |   |
|-------------|---|
| 1. Условие. | } Дается ученику (и родителям!)                           |
| 2. Вопрос.  |   |
| 3. Решение. | } Выполняется учеником (или, к сожалению, его родителями) |
| 4. Ответ.   |   |

Если ваш ребёнок не может решить задачу, то вы не должны нервничать, злиться, кричать и решать её за малыша, надо просто разобраться в задаче досконально, чтобы ваше объяснение стало для него понятным.

## § 2. Как правильно читать задачу, или зачем нужна краткая запись

Начнем с того что краткую запись, в зависимости от типа задачи, можно записать столбиком, таблицей, чертежом.

В главе II мы подробно рассмотрим каждый тип задачи. А сейчас постараемся почувствовать общее в поисках главного.

Вы читаете с ребёнком задачу и выделяете из неё  
*условие,*  
*вопрос.*

После этого нужно внятно сказать, о чем же говорится в задаче, причем выделить в ней главное.

Простой пример того, насколько ученик обычно невнимательно читает задачу.

**У Кати 7 конфет, их на 2 больше, чем у Маши. Сколько конфет у Маши?**

Ребёнок прочитал задачу, выяснил, что задача про Катю и Машу, и что конфет больше, быстренько прибавил и получил, естественно, оценку «два».

Почему так получилось? Ребёнок не смог выделить в задаче главное, т.е. то, что необходимо знать для того, чтобы ответить на вопрос задачи.



### § 3. План решения задачи – цепочка

Краткую запись составили. А теперь задачу нужно решить.

Если задача простая, т.е. решается в одно действие, то всё относительно несложно.

А вот если на вопрос задачи ответить сразу нельзя, т.е. если задача решается в 2, 3 и более действий, то лучше всего составить план решения. Но составлять мы его будем с конца.

Например, разберём задачу, краткую запись к которой мы составляли в предыдущем параграфе.

Рассуждаем так. Нам нужно узнать, сколько стоят 3 альбома.

Запишем после краткой записи: **3 альб.**

А чтобы узнать, сколько стоит 3 альбома, нужно знать, сколько стоит 1 альбом.

Продолжаем запись и получаем план–«цепочку»:

**3 альб. → 1 альб.**

Если мы знаем, сколько стоят 5 альбомов, мы можем узнать, сколько стоит 1 альбом.

Теперь, решая задачу, мы «разматываем клубочек» с конца. Первым действием узнаем, сколько стоит 1 альбом, а затем вычисляем, сколько стоят 3 альбома.

Во второй главе мы подробно рассмотрим, как составлять такие цепочки для решения многих типов изучаемых в 1–6 классах задач.

### § 4. Ещё несколько рекомендаций

**1.** Решение любой, даже самой трудной, задачи подчиняется главному закону: **по двум данным находим третье.**

**2.** Если ребёнку **трудно составить краткую запись**, попробуйте дать ему задачу, которая содержит лишние сведения. Пускай малыш вычеркнет всё ненужное.

Например:

~~В магазине на нашей улице продавались очень красивые альбомы. На обложке смешные картинки. Бумага плотная, белая. Передо мной их покупала одна тётя. Ей нужно было целых 5 альбомов. Продавец сказал, что 5 альбомов стоят 60 рублей. А мне мама сказала, что нужно купить 3 альбома. Сколько денег мне нужно заплатить?~~

Мне 8 лет. Я живу в доме №15 на втором этаже в 9-й квартире. Мой брат на 4 года старше меня. Сколько лет моему брату?



**3. Если с переходом к составным задачам** возникли трудности при их решении, попробуйте выполнить следующие упражнения:

**а) вернитесь к простым задачам**, но «другой дорожкой». Пускай ваш малыш попробует составить все возможные типы задачи к выражениям, содержащим одно действие.

Например:  $7+3$

1. В аквариуме жили 7 рыбок. Павлик купил еще 3. Сколько рыбок стало в аквариуме?

2. На I полке стоит 7 книг. На II — 3 книги. Сколько книг на двух полках?

3. В первой тарелке 7 тефтелек, во второй — 3. А в третьей — столько, сколько в первой и второй тарелках вместе. Сколько тефтелек лежало в третьей тарелке?

4. У куклы Маши 7 платьев, а у куклы Наташи — на 3 платья больше. Сколько платьев у куклы Наташи?

5. В коробке лежало несколько конфет. Когда Петя 7 конфет съел, в коробке осталось 3 конфеты. Сколько конфет было в коробке?

6. В субботу к нам пришло 7 гостей, это на 3 человека меньше, чем пришло к нам в воскресенье. Сколько гостей у нас было в воскресенье?

**б) попробуйте решить задачу, в которой не хватает данных.**

Петя нашёл 7 грибов, а Маша меньше. Сколько грибов нашла Маша?

Почему мы не можем ответить на вопрос задачи? Давай её дополним. Петя нашёл 7 грибов, а Маша на 3 меньше. Сколько грибов нашла Маша? По двум данным находим третье.  $7-3=4$ .

Теперь можно попробовать выполнить сходное упражнение, но уже с составными задачами.

Петя нашёл 7 грибов, а Маша меньше. Сколько грибов нашли ребята?

Петя и Маша собирали грибы. Маша нашла на 3 гриба меньше. Сколько грибов нашли ребята?

**4. Если трудно записать план решения**, из-за того, что ребёнок не понимает, почему же он не может ответить сразу на вопрос, разыграйте с ним сценку, чтобы он мог почувствовать себя как бы «внутри задачи».

У тебя 6 конфеток, а у меня на 4 конфеты больше. Сколько конфет у нас с тобой вместе?

Малыш, не задумываясь, складывает 6 и 4. Он уверен, что решил задачу.

Тогда вы кладёте перед ним 6 конфет, а свои зажимаете в кулаке.

— Сколько конфет у нас с тобой? Почему ты не можешь ответить на этот вопрос?

— Потому что я не знаю, сколько конфет у тебя. Покажи!

— Ты сейчас это узнаешь сам. У меня на 4 конфеты больше, чем у тебя.

— Значит, у тебя 10 конфет. А всего у нас 16 конфет!

— Что же нужно знать, чтобы узнать сколько конфет у нас вместе? Нужно знать, сколько конфет **у каждого**.

А затем вы вдвоём записываете «цепочку»-план.

**5.** Ответ нужно списывать с вопроса. Ответ всегда начинается с числа.

**6.** И самое главное! Не ждите, что выполнив с ребёнком по одному упражнению из предложенных, вы научите его решать задачи. Чтобы добиться успеха, все **навыки нужно довести до автоматизма**. Задачи нужно научиться «чувствовать душой»!

1. Прочитай задачу и представь себе то, о чём в ней говорится.
2. Запиши задачу кратко или выполни чертёж.
3. Поясни, что показывает каждое число, повтори вопрос задачи.
4. Подумай, можно ли сразу ответить на вопрос задачи. Если нет, то подумай — почему.
5. Составь план решения задачи — цепочку.
6. Выполни решение.
7. Проверь решение и ответ на вопрос задачи.

А теперь переходим ко второй главе. В ней подробно разберем основные типы задач.

## II. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ

### § 1. Простые задачи на сложение и вычитание

Немного теории. Простые задачи решаются одним действием. Некоторые из них удобнее решить, составив уравнение.

В сложении и вычитании участвуют:

СЛАГАЕМОЕ + СЛАГАЕМОЕ = СУММА

УМЕНЬШАЕМОЕ - ВЫЧИТАЕМОЕ = РАЗНОСТЬ

\*\*\*

На первых порах ребёнку обычно предлагают задачи на нахождение суммы и разности. Такие задачи практически все дети решают легко. Именно на этом, несложном, этапе нужно научить малыша различать знаки «+» и «-»; составлять краткую запись.

В каждой задаче выделяем (можно подчеркнуть) то, что нужно для того, чтобы её решить.

Во дворе гуляли 2 девочки. К ним пришли еще 4 девочки. Сколько девочек стало во дворе?

Гуляли — 2 д.

Пришли — 4 д.

Стало — ? д.

$$2 + 4 = 6 \text{ (д.)}$$

Ответ: 6 девочек стало во дворе.

На столе 2 чашки, а на полке — на 3 больше. Сколько чашек на полке?

Стол — 2 ч.

Полка — на 3 ч. больше, ? ч.

$$2 + 3 = 5 \text{ (ч.)}$$

Ответ: 5 чашек на полке.

Столяр в I день починил 6 стульев. Во II день - 4 стула. Сколько стульев столяр починил за 2 дня?

I день — 6 ст. } ? ст.  
II день — 4 ст.

$$6 + 4 = 10 \text{ (ст.)}$$

Ответ: 10 стульев починил столяр.

В I вазе лежало 8 апельсинов, во II - 10. А в III - столько, сколько в I и II вазах вместе. Сколько апельсинов лежало в третьей вазе?

I ваза — 8 ап. } III в. — ? ап.  
II ваза — 10 ап.

$$8 + 10 = 18 \text{ (ап.)}$$

Ответ: 18 апельсинов лежало в третьей вазе.

Мама купила 5 пирожков. С чаем 3 пирожка съели. Сколько пирожков осталось?

Купила — 5 п.

Съели — 3 п.

Осталось — ? п.

$$5 - 3 = 2 \text{ (п.)}$$

Ответ: 2 пирожка осталась.

В I доме 8 человек, во II — на 3 человек меньше. Сколько чел. во II доме?

I дом — 8 чел.

II дом — на 3 чел. меньше, ? чел.

$$8 - 3 = 5 \text{ (чел.)}$$

Ответ: 5 человек во втором доме.

С самыми простыми задачами разобрались. Умеем выделять главное, составлять краткую запись. Знаем, что «+» – прибавить, увеличить (дети часто говорят «убольшить»); «-» – отнять, вычесть, уменьшить. Понимаем разницу между словами «стало» и «осталось». В дальнейшем обратим внимание на то, что при составлении краткой записи не нужно нарушать временную цепочку действий, для того чтобы вопрос оказался в конце.

### Задачи на разностное сравнение

У Лены 5 мишек и 3 табуретки. На сколько мишек больше, чем табуреток? (На сколько табуреток меньше, чем мишек?)

Делаем краткую запись. Если этого окажется недостаточно, чтобы ребёнок понял, как её решать, выполняем рисунок (естественно, старайтесь подбирать задачи из практики ребёнка).

Мишек - 5  
Табуреток - 3    на ? шт.



Рассуждаем.

Лена решила усадить мишек отдохнуть. Скольким мишкам не хватит табуреток? Из рисунка сразу видно, что двум. Значит, мишек на 2 больше, чем табуреток. Как ещё можно сказать? Табуреток на 2 меньше, чем мишек.

А как же эту задачу решить? Что мы делали? Мы забирали (отнимали, вычитали!) мишек и усаживали их на табуретки.

Делаем очень важный вывод, который нужно выучить.

Это правило.

Чтобы узнать, **на сколько** одно число  
больше или меньше другого,  
надо из большего числа **вычесть** меньшее.

$$5 - 3 = 2 \text{ (шт.)}$$

Ответ: на 2 мишки больше, чем табуреток (на 2 табуретки меньше, чем мишек).

## Задачи на нахождение неизвестного слагаемого

Задачи на нахождение неизвестных компонентов арифметических действий удобно решать уравнениями, но эти задачи как один из элементов часто входят в составные, поэтому очень важно почувствовать, как они решаются логически.

**В двух коробках 10 ручек. В I коробке 4 ручки. Сколько ручек во II коробке?**

Делаем краткую запись. Если этого окажется недостаточно для того, чтобы ребёнок понял, как её решать, выполняем рисунок.

$$\begin{array}{l} \text{I к.} - 4 \text{ р.} \\ \text{II к.} - ? \text{ р.} \end{array} \} 10 \text{ р.}$$

4 р.	? р.
------	------

└────────┘  
10 р.

Рассуждаем.

Что нужно сделать, чтобы узнать, сколько ручек во второй коробке? Давай уберем первую коробку. Что мы сделали? Убрали 4 ручки. Следовательно, от 10 отняли 4.

Не понял? Попробуем по-другому. Представь себе, что ты нечаянно высыпал ручки из двух коробок (возьмите 10 ручек, карандашей, спичек – неважно – и всё проделывайте уже с предметами). Теперь нужно разложить ручки так, как они лежали. 4 ручки положим в первую коробку. Сколько останется для второй? Что мы делали? От 10 отняли 4.

Если вы убедились, что малыш понял вас, записываем вместе с ним решение, проговариваем и записываем ответ. А если не понял, то не сердитесь, ни в коем случае не кричите, а спокойно продолжайте объяснять, применяя для наглядности разные предметы.

$$10 - 4 = 6 \text{ (р.)}$$

**Ответ: 6 ручек во II коробке.**

Теперь посмотрим, как решить эту же задачу попроще – уравнением. Но не увлекайтесь: на начальном этапе этот тип задач лучше решать логически.

Ещё раз смотрим на краткую запись (или рисунок).

$$\begin{array}{l} \text{I к.} - 4 \text{ р.} \\ \text{II к.} - ? \text{ р.} \end{array} \} 10 \text{ р.}$$

4 р.	? р.
------	------

└────────┘  
10 р.

Рассуждаем.

Сколько ручек в первой коробке?

Записываем.

4							
---	--	--	--	--	--	--	--

Сколько ручек во второй коробке? Мы не знаем. Пишем «х» [«?»], пустой квадратик, любой значок).

4	х						
---	---	--	--	--	--	--	--

А сколько ручек в двух коробках?

	4		X		1	0	
--	---	--	---	--	---	---	--

Расставляем знаки. Если мы хотим записать сколько всего, то ставим «+». Получаем 10.

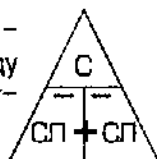
	4	+	X	=	1	0	
--	---	---	---	---	---	---	--

Теперь можем поставить «=».

Уравнение готово. Теперь его нужно решить.

Чтобы не заучивать правил нахождения компонентов арифметических действий, научимся рисовать «волшебный» треугольник.

На «верхний этаж» «селим» самое большое число – сумму. А внизу будут жить «малыши» – слагаемые. Между слагаемыми, естественно, живет «+». А «гордая» сумма отгородилась от всех «стенкой» – минусами.



Что нам говорит правило?

**Чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно из суммы вычесть известное слагаемое.**

Что делаем мы? Если мы не знаем слагаемое, закрываем его пальчиком. И без всякого правила видим, что нужно сделать!

$$4 + x = 10$$

$$x = 10 - 4$$

$$x = 6$$

$$4 + 6 = 10$$
 Проверка. Подставляем вместо X его значение.

4+6 будет 10. 10 равно 10.

$$10 = 10$$
 Вписываем «=». Уравнение решено верно.

Ответ: 6 ручек во II коробке.

А теперь попробуйте точно так же порассуждать при решении аналогичной задачи.

У Саши 7 солдатиков. Когда мама купила ему ещё несколько, у него стало 10 солдатиков. Сколько солдатиков купили Саше?

Было — 7 с.

Купили — ? с.

Стало — 10 с.

$$10 - 7 = 3 \text{ (с.)}$$
 Уравнение:  $7 + x = 10$

$$x = 10 - 7$$

$$x = 3$$

$$7 + 3 = 10$$

$$10 = 10$$

Ответ: 3 солдатика купили Саше.

## Задачи на нахождение неизвестного уменьшаемого

Задачи на нахождение неизвестных компонентов арифметических действий удобно решать уравнениями, но эти задачи часто входят в составные, поэтому очень важно почувствовать, как они решаются логически.

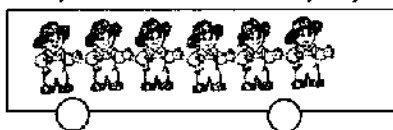
На остановке стояло несколько человек. 6 из них уехало, осталось 3 человека. Сколько человек было на остановке?

Делаем краткую запись. Если этого окажется недостаточно для того, чтобы ребёнок понял, как её решать, выполняем рисунок.

Было — ? чел.

Уехали — 6 чел.

Осталось — 3 чел.



Рассуждаем.

Что нужно сделать, чтобы узнать, сколько человек было на остановке? «Высадим» людей из автобуса и посчитаем, сколько же их всего стало вместе с теми, кто и не садились в этот автобус. Что мы сделали? Добавили людей к уже стоящим, прибавили. Следовательно, к 3 прибавили 6.

Если вы убедились, что малыш понял вас, записываем вместе с ним решение, проговариваем и записываем ответ. А если не понял, то не раздражайтесь, ни в коем случае не кричите, а спокойно продолжайте объяснять с разными предметами и числами.

$$3 + 6 = 9 \text{ (чел.)}$$

Ответ: 9 человек было на остановке.

Теперь посмотрим, как решить эту же задачу попроще — уравнением. Но не увлекайтесь: на начальном этапе этот тип задач лучше решать логически.

Ещё раз смотрим на краткую запись (или рисунок).

Было — ? чел.

Уехали — 6 чел.

Осталось — 3 чел.



Рассуждаем.

Сколько человек было на остановке?

Мы не знаем. Пишем «х»

(«?», пустой квадратик, любой значок).

Сколько человек уехало?

Сколько человек осталось?

Записываем.

	X				
--	---	--	--	--	--

	X		6		
--	---	--	---	--	--

	X		6		3
--	---	--	---	--	---

Расставляем знаки. Если люди уехали, их стало меньше, мы должны поставить «-». Осталось 3.

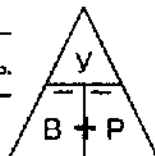
Теперь можем поставить «=».

$$\boxed{X - 6 = 3}$$

Уравнение готово. Теперь его нужно решить.

Чтобы не заучивать правил нахождения компонентов арифметических действий, научимся рисовать «волшебный» треугольник.

На «верхний этаж» «селим» самое большое число – уменьшаемое. А внизу будут жить «малыши» – вычитаемое и разность. Между жителями нижнего этажа живет «+». А «гордое» уменьшаемое отгородилось от всех «стенной» – минусами.



Что нам говорит правило?

**Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, нужно к вычитаемому прибавить разность.**

Что делаем мы? Если мы не знаем уменьшаемое, закрываем его пальчиком. И без всякого правила видим, что нужно сделать!

$$x - 6 = 3$$

$$x = 6 + 3$$

$$x = 9$$

$$9 - 6 = 3$$

Проверка. Подставляем вместо X его значение. 9-6 равно 3. 3 равно 3.

$$3 = 3$$

Вписываем «=». Уравнение решено верно.

**Ответ: 9 человек стояло на остановке.**

### Задачи на нахождение неизвестного вычитаемого

Задачи на нахождение неизвестных компонентов арифметических действий удобно решать уравнениями, но эти задачи часто входят в составные, поэтому очень важно почувствовать, как они решаются логически.

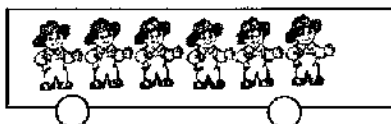
**На остановке стояло 9 человек. Когда несколько человек уехали, на остановке осталось 3 человека. Сколько человек уехали?**

Делаем краткую запись. Если этого окажется недостаточно для того, чтобы ребенок понял, как ее решать, выполняем рисунок. Для этого рисуем 9 человечков и обрисовываем автобусом столько человечков, чтобы снаружи их осталось 3.

Было — 9 чел.

Уехали — ? чел.

Осталось — 3 чел.



Рассуждаем.

Что мы сделали, чтобы узнать, сколько человек уехало? Мы отделили тех, кто остались, от тех, кто уехал. Что мы сделали? Отделили, отняли. Следовательно, из 9 вычли 3.



**9 — 3 = 6 (чел.)**

Ещё раз смотрим на краткую запись (или рисунок).



Записываем.

9					
---	--	--	--	--	--

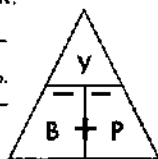
	9		X			
--	---	--	---	--	--	--

9	X	3
---	---	---

енные, мы должны по-

	9	-	X	=	3	
--	---	---	---	---	---	--

На «верхний этаж» «селим» самое большое число – уменьшаемое. А внизу будут жить «малыши» – вычитаемое и разность. Между жителями нижнего этажа живет «+». А «гордое» уменьшаемое отгородилось от всех «стенкой» – минусами.


$$9 - x = 3$$

$$x = 9 - 3$$

$x = 6$

$$9 - 6 = 3$$

**3 = 3**

Проверка. Подставляем вместо  $X$  его значение.

9-6 получится 3. 3 равно 3.

Вписываем «=». Уравнение решено верно.

### Задачи с косвенным вопросом

Задачи с косвенным вопросом – очень коварные. Разберём их подробно.

На первой улице 5 высотных домов, это на 3 дома меньше, чем на второй улице. Сколько высотных домов на второй улице?

Делаем краткую запись. Если этого окажется недостаточно для того, чтобы ребёнок понял, как её решать, выполняем рисунок.

I ул. - 5 д., на 3 д. меньше  
II ул. - ? д.



Рассуждаем.

Про вторую улицу вроде бы ничего не сказано. Как же узнать, сколько там высотных домов?

Если на I улице на 3 дома меньше, то на II улице на 3 дома больше.

$$5 + 3 = 8 \text{ (д.)}$$

Проверяем.

На I улице 5 домов, на II – 8. На I улице на 3 дома меньше. Значит, задача решена верно. Проговорим и запишем ответ.

**Ответ: 8 высотных домов на второй улице.**

Разберем ещё одну задачу.

На первой стоянке 9 машин, это на 2 машины больше, чем на второй стоянке. Сколько машин на второй стоянке?

Делаем краткую запись. Если этого окажется недостаточно для того, чтобы ребёнок понял, как её решать, выполняем рисунок.

I ст. - 9 м., на 2 м. больше  
II ст. - ? м.



Рассуждаем.

Если на I стоянке на 2 машины больше, то на II стоянке на 2 машины меньше.

$$9 - 2 = 7 \text{ (м.)}$$

Проверяем.

На I стоянке 9 машин, на II – 7. На I стоянке на 2 машины больше. Задача решена верно.

**Ответ: 7 машин на второй стоянке.**

## § 2. Составные задачи на сложение и вычитание

Немного теории. Составные задачи решаются двумя и более действиями.

Составные задачи можно решать:

- 1) по действиям с пояснениями;
- 2) по действиям с вопросами;
- 3) выражением.

Некоторые задачи можно решить разными способами.

Совет. Лучше начинать с решения по действиям с вопросами. Это, конечно, займёт больше времени, но приучит ребёнка сначала ставить вопрос, а потом записывать действие задачи, которое на этот вопрос отвечает. Ведь очень часто дети сначала записывают действие, а потом начинают думать, что они этим действием узнали. После того, как задача решена по действиям, её очень полезно записать выражением.

\*\*\*

Все типы составных задач мы здесь рассматривать не будем. Это невозможно да и не нужно. Важно понять подход к любой составной задаче:

- найти главное, сделать краткую запись;
- помнить о том, что любая составная задача состоит из двух или нескольких простых;
- «разложить» составную задачу на простые, составить план решения, опираясь на закон: **по двум данным находим третье.**

В первой вазе 6 груш, во второй — на 4 груши больше. Сколько груш в двух вазах?

Делаем краткую запись.

I ваза - 6 гр.

II ваза - на 4 гр. больше, ? гр.

6 гр.	? гр., на 4 б.
-------	----------------

? гр.

Рассуждаем.

Что мы должны узнать? Сколько всего груш в двух вазах.

Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Нет. Ведь для того, чтобы узнать, сколько груш в двух вазах, нужно знать, сколько груш в каждой. Сколько в первой, мы знаем. А во второй вазе?

Можем ли мы узнать, сколько груш во второй вазе? Да, потому что мы знаем, что в первой вазе 6 груш, и то, что во второй на 4 груши больше. По двум данным найдем третье. Наша цепочка закончена.

План решения - цепочка.

**Всего**

**Всего а II в.**

Цепочка – это план решения задачи, «клубочек», который мы будем «разматывать» с конца: последний пункт станет первым действием.

2)  $\xrightarrow{1)}$   
Всего  $\rightarrow$  II в.

Решаем задачу

Свопросами

1) Сколько груш во II вазе?

$$6 + 4 = 10 \text{ (гр.)}$$

2) Сколько груш в двух вазах?

$$6 + 10 = 16 \text{ (гр.)}$$

С пояснениями

1)  $6 + 4 = 10$  (гр.) — во II вазе

2)  $6 + 10 = 16$  (гр.) — в двух вазах

Выражением

$$6 + (6 + 4) = 16 \text{ (гр.)}$$

I ваза II ваза

Ответ: 16 груш в двух вазах.

Вот такая запись появится в тетради в итоге.

I ваза - 6 гр.	} ? гр.
II ваза - на 4 гр. больше, ? гр.	
2) $\xrightarrow{1)}$ Всего $\rightarrow$ II в.	
1) Сколько груш во II вазе?	
$6 + 4 = 10$ (гр.)	
2) Сколько груш в двух вазах?	
$6 + 10 = 16$ (гр.)	
$6 + (6 + 4) = 16$ (гр.)	
I ваза II ваза	
Ответ: 16 груш в двух вазах.	

А эта задача практически такая же, как и предыдущая. Поэтому просто посмотрите, как её нужно оформить. Теперь решим задачу по действиям с пояснениями.

В I коробке 8 ручек, во II — на 2 ручки больше, а в III коробке столько ручек, сколько в I и во II коробках вместе. Сколько ручек в III коробке?

I к. — 8 р.	} III к. — ? р.
II к. — на 2 р. больше, ? р.	
2) $\xrightarrow{1)}$ III к. $\rightarrow$ II к.	
1) $8 + 2 = 10$ (р.) — во II коробке	
2) $8 + 10 = 18$ (р.) — в III коробке	
$8 + (8 + 2) = 18$ (р.)	
I к. II к.	
Ответ: 18 ручек в III коробке.	

Рассмотрим ещё один тип задач. Дети обычно справляются с такими задачами легко. Но нужно помнить, что задачи этого типа можно решить несколькими способами.

Во дворе гуляли 7 девочек и 9 мальчиков. Потом 3 мальчика ушли. Сколько ребят осталось во дворе?

Делаем краткую запись.

Было — 7 д. и 9 м.

Ушли — 3 м.

Осталось — ? р.

Мы можем пойти разными «дорожками». Нам нужно узнать, сколько ребят осталось во дворе. **По двум данным находим третье.** Чтобы знать сколько осталось, нужно узнать, сколько детей было и сколько ушли. Сколько ушли, мы знаем. Значит, будем искать, сколько было.

Вот как выглядит цепочка:  $\overset{2)}{\text{Ост.}} \rightarrow \overset{1)}{\text{Было}}$   
«Разматываем клубочек» с конца.

1) Сколько ребят было во дворе?

$$7 + 9 = 16 \text{ (р.)}$$

2) Сколько ребят осталось во дворе?

$$16 - 3 = 13 \text{ (р.)}$$

$$\underset{\text{Было}}{(7 + 9)} - \underset{\text{Ушли}}{3} = 13 \text{ (р.)}$$

А теперь пойдем другой «дорожкой» – будем рассуждать по-другому. Во дворе играли мальчики и девочки. Потом 3 мальчика ушли. Мы хотим узнать, сколько всего мальчиков и девочек осталось во дворе. Для этого мы должны знать, сколько осталось мальчиков и девочек в отдельности. Количество девочек нам известно, а сколько мальчиков, нужно найти.

Вот как выглядит цепочка:  $\overset{2)}{\text{Ост.}} \rightarrow \overset{1)}{\text{Мальч.}}$   
«Разматываем клубочек» с конца.

1) Сколько мальчиков осталось во дворе?

$$9 - 3 = 6 \text{ (м.)}$$

2) Сколько ребят осталось во дворе?

$$6 + 7 = 13 \text{ (р.)}$$

$$\underset{\text{Дев. Мальч.}}{7 + (9 - 3)} = 13 \text{ (р.)}$$

Ответ: 13 ребят осталось во дворе.

А вот пример задачи, в которую входит другая – на нахождение неизвестного слагаемого.

Три девочки собирали грибы. Первая нашла 8 грибов, вторая — 7. Сколько нашла третья, если всего они собрали 20 грибов?

Делаем краткую запись.

I д. — 8 гр.  
II д. — 7 гр.  
III д. — ? гр. } 20 гр.

Рассуждаем.

Нам нужно узнать, сколько грибов нашла третья девочка. Представим себе, что первая и вторая (может быть, они сестрички) собирали грибы в одну корзинку, а третья – в другую. А потом сестрички ушли со своей корзинкой к себе домой, а их подружка со своей корзинкой – к себе.

Вот наша цепочка:  $\overset{2)}{III\text{ д.}} \rightarrow \overset{1)}{I\text{ и II д.}}$

1)  $8 + 7 = 15$  (гр.) — столько грибов собрали I и II девочки вместе

2)  $20 - 15 = 5$  (гр.) — столько грибов нашла III девочка

$$\underset{\text{Всего}}{20} - \underset{\text{I+II}}{(8 + 7)} = 5 \text{ (гр.)}$$

Как вы уже, наверно, догадались, эту задачу можно решить и уравнением, но уравнение получится трудное.

Рассуждаем.

Сколько грибов нашла I девочка?

Сколько грибов нашла II девочка?

Сколько грибов нашла III девочка? Мы не знаем. Пишем «х» («?», пустой квадратик, любой значок).

А сколько всего грибов?

Расставляем знаки. Если мы хотим записать сколько всего, то ставим «+». Получаем 20. Пишем «=».

Обычно такие уравнения решают в пятом классе, но попробуем разобраться. Уравнение длинное, его нужно упростить. Какое действие мы можем выполнить?

$$(8 + 7) + X = 20$$

$15 + X = 20$  Уравнение приобрело знакомый вид и легко решается.

$$X = 20 - 15$$

$$X = 5$$

$$8 + 7 + 5 = 20$$

$$20 = 20$$

Ответ: 5 грибов нашла третья девочка.

Записываем.

8									
8		7							

8		7		X					
8		7		X		2	0		

8	+	7	+	X	=	2	0		
---	---	---	---	---	---	---	---	--	--

### § 3. Задачи на понимание смысла действий умножения и деления

#### Немного теории.

В умножении и делении участвуют:

МНОЖИТЕЛЬ • МНОЖИТЕЛЬ = ПРОИЗВЕДЕНИЕ

ДЕЛИМОЕ : ДЕЛИТЕЛЬ = ЧАСТНОЕ

\*\*\*

Типов задач на понимание смысла действий умножения и деления всего-навсего три. И усвоить их очень важно, потому что, не понимая, что значит умножение и деление, невозможно решать задачи на эти арифметические действия.

#### Умножение

Одна тетрадь стоит 3 рубля. Сколько стоят 7 таких тетрадей?

Делаем краткую запись и обязательно выполняем рисунок.

1 т. — 3 руб.

7 т. — ? руб.



3 р.

3 р.

3 р.

3 р.

3 р.

3 р.

3 р.

#### Рассуждаем.

3 рубля повторяется 7 раз, мы можем записать решение при помощи сложения:

$$3+3+3+3+3+3+3=21 \text{ (руб.)}$$

Мы знаем, что сумму одинаковых слагаемых можно заменить умножением. 3 повторяется 7 раз.

$$3 \cdot 7 = 21 \text{ (руб.)}$$

Обратите внимание на порядок множителей.

**Первый множитель** показывает, **какое число повторяется.**

**Второй** – **сколько раз** повторяется первый множитель.

Представим себе, что мы записали множители в обратном порядке:  $7 \cdot 3 = 21$ . Что это значит?  $7+7+7$ . По отношению к нашей задаче – полная бессмыслица.

**Ответ: 21 рубль стоят 7 тетрадей.**

Убедитесь, что малыш понял, как решаются подобные задачи, записывает множители в нужном порядке. Можете сами решить подобную задачу, расположив множители неверно. Пусть ребёнок объяснит вам, в чём вы не правы.

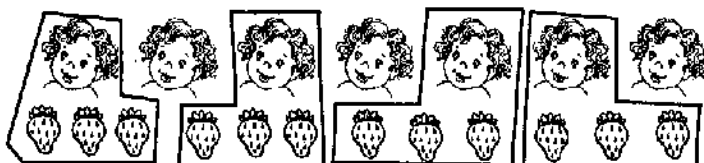
## Деление по содержанию и на равные части

Если при объяснении задач на понимание смысла умножения достаточно обойтись рисунками, то при работе над задачами на понимание смысла действия деления в дополнение к рисункам хорошо бы использовать подручные средства.

**12 клубничек раздали детям. Каждому досталось по 3 штуки. Сколько детей получили клубнички?**

Делаем краткую запись, выполняем рисунок, берём 12 клубничек и несколько кукол. Пусть малыш сам раздаст клубнички куклам. А вы ему объясните, что если мы раздаём (делим, раскладываем, разрезаем на равные части и т.п.), то записываем решение при помощи действия деления.

1 р. — 3 кл.  
? д. — 12 кл.



Что мы делали? Мы 12 клубничек раскладывали (делили) по 3 клубнички. Сколько раз по 3 клубнички у нас получилось? 4. Записываем.

$$12 : 3 = 4 \text{ (р.)}$$

Ответ: 4 ребёнка получили клубнички.

**12 клубничек раздали 4 детям поровну. По сколько клубничек получил каждый ребёнок?**

Делаем краткую запись, выполняем рисунок, берём 12 клубничек и 4 куклы. Ребёнок по одной раздаёт клубнички куклам. На рисунке это можно показать следующим образом. Малыш под изображением каждой куклы будет подрисовывать по одной клубничке, пока не насчитает 12 клубничек.

4 р. — 12 кл.  
1 р. — ? кл.



Что мы делали? Мы 12 клубничек делили поровну на 4 детей. По сколько клубничек досталось каждому ребёнку? По 3. Записываем.

$$12 : 4 = 3 \text{ (кл.)}$$

Ответ: по 3 клубнички получил каждый ребёнок.



## § 4. Различные простые задачи на умножение и деление

Две следующие задачи аналогичны уже изученным на сложение и вычитание. Очень важно обратить внимание ребенка на предлоги **на** и **в**. Можно даже нарисовать вот такую табличку и поместить ее на видное место.

Из этой таблички видно, что

	БОЛЬШЕ	МЕНЬШЕ	... (на/во) СКОЛЬКО
НА	+	—	НА СКОЛЬКО —
В	•	:	ВО СКОЛЬКО :

предлог **НА** «отвечает»  
за сложение и вычитание.

предлог **В** «отвечает»  
за умножение и деление.

И теперь очень легко решим две задачки.

У Вити 4 солдатика, у Саши в 2  
раза больше. Сколько солдатиков  
у Саши?

Витя — 4 солд. —————→

Саша — в 2 раза больше, ? солд. —————→

$$4 \cdot 2 = 8 \text{ (солд.)}$$

Ответ: 8 солдатиков у Саши.

В I день турист прошёл 20 км, во II  
день — в 2 раза меньше. Сколько  
км прошёл турист во II день?

I день — 20 км —————→

II день — в 2 раза меньше, ? км —————→

$$20 : 2 = 10 \text{ (км)}$$

Ответ: 10 км прошёл турист во II  
день.

### Задачи на кратное сравнение

Коля нашёл 3 гриба, а Ваня — 6 грибов. Во сколько раз Коля нашёл  
грибов меньше, чем Ваня (во сколько раз Ваня нашёл грибов больше,  
чем Коля)?

Делаем краткую запись и выполняем рисунок (естественно, старай-  
тесь подбирать задачи из практики ребёнка).

Коля — 3 гр. —————→

Ваня — 6 гр. —————→ в ? раз



Рассуждаем.

Обязательно обратите внимание ребёнка на наименование около зна-  
ка вопроса — «в ? раз». То же будет и в ответе!

В задаче спрашивается, во сколько раз Коля нашёл грибов меньше,  
чем Ваня. Представим себе, что мальчики собирали грибы в маленькие  
корзиночки. В такую корзиночку могут уместиться только Колины гри-  
бы. Сколько таких корзиночек понадобится Ване, чтобы поместить там  
собранные им грибы?

Что мы делали? Мы раскладывали (делили) 6 грибов по 3.

Делаем очень важный вывод, который нужно выучить.  
Это правило.

Чтобы узнать, **во сколько раз** одно число больше или меньше другого, надо большее число **разделить** на меньшее.

Записываем решение:

$$6 : 3 = 2 \text{ (р.)}$$

Проговариваем и записываем ответ.

Еще раз обратите внимание на наименование!

Ответ: в 2 раза меньше грибов нашёл Коля, чем Ваня (в 2 раза больше грибов нашёл Ваня, чем Коля).

### Задачи с косвенным вопросом

Как рассуждать при решении задач с косвенным вопросом, см. на стр. 17. В этом параграфе рассуждения приведены кратко.

У Вити 4 марки. Это в 2 раза меньше, чем у Саши. Сколько марок у Саши?

Витя — 4 м., в 2 раза меньше

Саша — ? м. ←

Рассуждаем.

Если у Вити марок в 2 раза меньше, то у Саши — в 2 раза больше.

$$4 \cdot 2 = 8 \text{ (м.)}$$

Проверяем.

У Вити 4 марки, у Саши — 8 марок. У Вити марок в 2 раза меньше. Верно.

Ответ: 8 марок у Саши.

Один метр шёлка стоит 90 руб., он в 3 раза дороже, чем один метр ситца. Сколько стоит 1 метр ситца?

Шёлк — 90 руб., в 3 р. дороже

Ситец — ? руб. ←

Рассуждаем.

Если шёлк стоит в 3 раза больше, значит, ситец стоит в 3 раза меньше.

$$90 : 3 = 30 \text{ (руб.)}$$

Проверяем.

Шёлк стоит 90 руб., ситец — 30 руб., шёлк в 3 раза дороже. Верно.

Ответ: 30 руб. стоит 1 метр ситца.

## § 5. Различные составные задачи на все четыре арифметических действия

Как вы, наверное, уже поняли, с составной задачей легче справиться, если позаботиться о плане решения.

Рассмотрим некоторые типы задач на все четыре арифметических действия.

На I полке 15 книг, а на II — на 10 книг меньше. Во сколько раз на II полке меньше книг, чем на I?

Делаем краткую запись.

I полка — 15 кн.   
II полка — на 10 кн. меньше, ? гр. }

Рассуждаем.

Что мы должны узнать? Во сколько раз на II полке меньше книг, чем на I.

План решения — цепочка.

В ? раз

Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Нет. Ведь для того, чтобы узнать, во сколько раз на II полке меньше книг, чем на I, нужно знать сколько книг на каждой полке. Сколько на I, мы знаем. Нам нужно узнать, сколько книг на II полке.

В ? раз  $\rightarrow$  II п.

Можем ли мы это сделать? Да, ведь нам известно, что на I полке 15 книг, а на II — на 10 книг меньше. По двум данным найдем третье. Наша цепочка закончена.

«Разматываем клубочек» с конца: последний пункт становится первым действием.

<sup>2)</sup>  
В ? раз  $\rightarrow$  II п.

Решаем задачу.

С вопросами

- 1) Сколько книг на II полке?  
 $15 - 10 = 5$  (кн.)
- 2) Во сколько раз на II полке меньше книг, чем на I?  
 $15 : 5 = 3$  (р.)

С пояснениями

- 1)  $15 - 10 = 5$  (кн.) — на II полке
- 2)  $15 : 5 = 3$  (р.) — на II полке меньше книг, чем на I

Выражением

$$15 : \underset{\text{I п.}}{(15 - \underset{\text{II п.}}{10})} = 3 \text{ (р.)}$$

Ответ: в 3 раза на II полке меньше книг, чем на I.

Остальные задачи будем решать либо с вопросами, либо с пояснениями, а вот рассуждения при составлении цепочек везде будут подробными.

С двух яблонь собрали по 10 кг яблок. Из 18 кг сварили джем. Остальные яблоки съели. Сколько килограммов яблок съели?

Делаем краткую запись.

Было — 2 ябл. по 10 кг

Истратили — 18 кг

Осталось — ? кг

Рассуждаем.

План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? Сколько кг яблок съели.

**Съели**

Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Нет.

Ведь для того, чтобы узнать, сколько кг яблок съели, нужно знать, сколько кг было и сколько истратили. Сколько истратили, мы знаем. Нам нужно узнать, сколько кг было.

**Съели → Было**

Можем ли мы узнать, сколько кг яблок было? Да, потому что мы знаем, что с двух яблонь собрали по 10 кг, т.е. 10 повторяется 2 раза (обратите внимание на порядок множителей!).

«Разматываем клубочек» с конца.

2) 1)  
**Съели → Было**

Решаем задачу.

1)  $10 \cdot 2 = 20$  (кг) — кг яблок собрали

2)  $20 - 18 = 2$  (кг) — кг яблок съели

$$\underset{\text{Собр.}}{10} \cdot \underset{\text{Истр.}}{2} - 18 = 2 \text{ (кг)}$$

Ответ: 2 килограмма яблок съели.

Для школьной библиотеки купили книги: 4 пачки по 8 книг и коробки с 50 книгами. Сколько всего книг купили для библиотеки?

Делаем краткую запись.

В пачках - 4 п. по 8 кн. }  
В коробке - 50 кн. } ? кн.

Рассуждаем.План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? Сколько всего книг купили.

**Всего**

Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Нет. Ведь для того, чтобы узнать, сколько всего книг купили, нужно знать сколько книг лежало в пачках, и сколько было в коробке. Сколько книг в коробке, мы знаем. Нам нужно узнать, сколько книг в пачках.

**Всего → Пачки**

Можем ли мы узнать, сколько книг в пачках? Да, потому что мы знаем, что было 4 пачки по 8 книг в каждой. Т.е. 8 повторяется 4 раза (обратите внимание на порядок множителей!).

«Разматываем клубочек» с конца.

<sup>2)</sup>  
**Всего → Пачки**

Решаем задачу.

1) Сколько книг в пачках?

$$8 \cdot 4 = 32 \text{ (кн.)}$$

2) Сколько всего книг купили?

$$32 + 50 = 82 \text{ (кн.)}$$

$$\underset{\text{пачки}}{8} \cdot \underset{\text{коробка}}{4} + 50 = 82 \text{ (кн.)}$$

Ответ: 82 книги купили для библиотеки.

Дети посадили 3 ряда роз по 8 кустов в каждом и 5 рядов по 4 кустика в каждом. Сколько всего кустов роз посадили дети?

Делаем краткую запись.

3 ряда — по 8 к. } ? к.  
5 рядов — по 4 к.

Краткую запись такой задачи можно выполнить и в виде таблицы. Только обязательно помогите ребёнку её составить.

1 ряд	Кол-во рядов	Всего кустиков
8 к.	3 р.	? к.
4 к.	5 к.	? к.

Эта закономерность в расположении столбиков сохранится и в дальнейшем:

в 1	кол-во	всего
(ряду, коробке, классе и т.д.)	(рядов, коробок, классов и т.д.)	(кустиков, конфет, детей и т.д.)

Рассуждаем.План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? Сколько всего кустиков роз посадили.

**Всего?**

Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Нет. Ведь для того, чтобы узнать, сколько всего роз посадили, нужно знать сколько кустиков было в 3 рядах, и сколько кустиков было в 5 рядах.

Всего  $\begin{cases} 3 \text{ р.} \\ 5 \text{ р.} \end{cases}$

Можем ли мы это узнать? Да (обратите внимание на порядок множителей!).

«Разматываем клубочек» с конца.

Всего  $\begin{cases} 3 \text{ р.} \\ 5 \text{ р.} \end{cases}$

Решаем задачу.

- 1)  $8 \cdot 3 = 24$  (к.) - столько кустиков в 3 рядах
- 2)  $4 \cdot 5 = 20$  (к.) - столько кустиков в 5 рядах
- 3)  $24 + 20 = 44$  (к.) - столько всего кустиков роз

$$\underset{3 \text{ р.}}{8} \cdot 3 + \underset{5 \text{ р.}}{4} \cdot 5 = 44 \text{ (к.)}$$

Ответ: 44 кустика роз посадили дети.

В 7 одинаковых коробках 35 кг винограда. Сколько килограммов винограда в 4 таких коробках?

Делаем краткую запись.

7 к. — 35 кг

4 к. — ? кг

Рассуждаем.План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? Сколько кг винограда в 4 коробках.

4 к.

Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Нет. Ведь для того, чтобы узнать, сколько кг винограда в 4 коробках, нужно знать, сколько кг винограда в 1 коробке.

4 к.  $\rightarrow$  1 к.

Можем ли мы узнать, сколько кг винограда в 1 коробке? Да, потому что мы знаем, что в 7 коробках 35 кг. А в 1 коробке винограда в 7 раз меньше.

«Разматываем клубочек» с конца.  
2) 1)  
4 к. → 1 к.

Решаем задачу.

1)  $35 : 7 = 5$  (кг) — в 1 коробке

2)  $5 \cdot 4 = 20$  (кг) — в 4 коробках

$$35 : 7 \cdot 4 = 20 \text{ (кг)}$$

1 к. 4 к.

Ответ: 20 килограммов винограда в 4 коробках.

В столовой за неделю истратили 60 кг муки. 4 дня тратили по 12 кг в день, а остальную муку израсходовали поровну в следующие 3 дня. Сколько кг муки в день расходовали в последние дни?

Делаем краткую запись.

4 дня — по 12 кг } 60 кг  
3 дня — по ? кг }

Рассуждаем.

План решения — цепочка.

Что мы должны узнать? Сколько кг муки в день расходовали в последние 3 дня.

1 д.

Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Нет. Ведь для того, чтобы узнать, сколько кг муки в день расходовали в последние 3 дня, нужно знать, сколько кг муки осталось на эти 3 дня.

1 д. ? → 3 дн.

Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Нет. Ведь для того, чтобы узнать, сколько кг муки осталось на эти 3 дня, мы должны выяснить, сколько кг муки было и сколько истратили. Сколько кг муки было, мы знаем. Нужно узнать, сколько кг истратили.

1 д. → 3 дн. → Истр.

Можем ли мы это узнать? Да, потому что в течение 4 дней тратили по 12 кг, т.е. 12 повторяется 4 раза (обратите внимание на порядок множителей!).

«Разматываем клубочек» с конца.

3) 2) 1)  
1 д. → 3 дн. → Истр.

Решаем задачу.

1)  $12 \cdot 4 = 48$  (кг) — израсходовано за 4 дня

2)  $60 - 48 = 12$  (кг) — осталось на 3 дня

3)  $12 : 3 = 4$  (кг) — расходовали в день в последние 3 дня

$$(60 - 12 \cdot 4) : 3 = 4 \text{ (кг)}$$

Ост. на 3 дн.

Ответ: по 4 килограмма муки тратили в последние дни.

Мастер за 8 часов делает 80 деталей, а его ученик за 5 часов делает 25 деталей. За сколько часов они сделают 45 деталей, если будут работать вместе?

Делаем краткую запись.

Мастер — 80 д. за 8 ч.  
Ученик — 25 д. за 5 ч. } 45 д. за ? ч.

Рассуждаем.

План решения – цепочка.

Что мы должны узнать?  
За сколько часов мастер и ученик сделают 45 деталей, если будут работать вместе.

ч. м. и уч.

Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Нет. Для того, чтобы на этот вопрос ответить, нужно знать, сколько деталей они делают вместе за 1 час.

ч. м. и уч. → д./ч. м. и уч.

Можем ли мы ответить на этот вопрос? Нет. Чтобы ответить на этот вопрос нужно знать, сколько деталей за 1 час делает каждый из них.

ч. м. и уч. → д./ч. м. и уч.  $\begin{cases} \text{д./ч. м.} \\ \text{д./ч. уч.} \end{cases}$

Можем ли мы ответить на эти два вопроса? Да, можем.

«Разматываем клубочек» с конца.

ч. м. и уч.  $\xrightarrow{1)} \text{д./ч. м.}$   
 $\xrightarrow{2)} \text{д./ч. уч.}$

Решаем задачу.

1) Сколько деталей в час делает мастер?

$$80 : 8 = 10 \text{ (д./ч.)}$$

2) Сколько деталей в час делает ученик?

$$25 : 5 = 5 \text{ (д./ч.)}$$

3) Сколько дет./ час делают вместе мастер и ученик?

$$10 + 5 = 15 \text{ (д./ч.)}$$

4) За сколько часов они вместе сделают 45 деталей?

$$45 : 15 = 3 \text{ (ч.)}$$

$$45 : (80 : 8 + 25 : 5) = 3 \text{ (ч.)}$$

ч. м. и уч.    м. д./ч.    м. и уч. д./ч.    д./ч.

Ответ: за 3 часа мастер и ученик сделают 45 деталей.



Мастер за 8 часов делает 120 деталей. Ученик и мастер вместе делают 120 деталей за 5 часов. Сколько деталей в час делает ученик?

Делаем краткую запись.

Мастер — 120 д. за 8 ч. } 120 д. за 5 ч.  
Ученик — ? д. за 1 ч.

Рассуждаем.

Что мы должны узнать? Сколько деталей в час делает ученик.

План решения – цепочка.

д/ч уч.

Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Нет. Для того, чтобы на этот вопрос ответить, нужно знать, сколько деталей в час делают мастер и ученик вместе.

д/ч уч. → ? д/ч м. и уч.

Можем ли мы ответить на этот вопрос? Нет. Чтобы ответить на этот вопрос нужно знать, сколько деталей за 1 час делает мастер.

д/ч уч. → д/ч м. и уч. → д/ч м.

Можем ли мы ответить на этот вопрос. Да, можем.

«Разматываем клубочек» с конца.

<sup>3)</sup> д/ч уч. → <sup>2)</sup> д/ч м. и уч. → <sup>1)</sup> д/ч м.

Решаем задачу.

1)  $120 : 8 = 15$  (д./ч.) — делает мастер

2)  $120 : 5 = 24$  (д./ч.) — делают мастер и ученик вместе

3)  $24 - 15 = 9$  (д./ч.) — делает ученик

$$120 : 5 - 120 : 8 = 9 \text{ (д./ч.)}$$

д/ч м. и уч.      д/ч м.

Ответ: 9 деталей в час делает ученик.

У Миши было 13 руб., а у Оли — 14 руб. Сколько билетов в кино они могут купить, если один билет стоит 3 рубля?

Делаем краткую запись.

1 б. — 3 руб.

? б. — 13 руб. и 14 руб.

Рассуждаем.

План решения — цепочка.

Что мы должны узнать? Сколько билетов в кино смогут купить дети.

б.

Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Нет. Для того, чтобы ответить на вопрос, нужно знать, сколько стоит 1 билет и сколько всего у детей денег. Сколько стоит 1 билет, мы знаем. Нужно узнать, сколько денег у детей.

б. → руб. всего

«Разматываем клубочек» с конца.

2)                      1)

б. → руб. всего

Решаем задачу.

1) Сколько денег всего было у детей?

$$13 + 14 = 27 \text{ (руб.)}$$

2) Сколько билетов в кино они смогут купить?

$$27 : 3 = 9 \text{ (б.)}$$

$$(13 + 14) : 3 = 9 \text{ (б.)}$$

всего руб.

Ответ: 9 билетов в кино дети смогут купить.

## § 6. Задачи на цену, количество, стоимость

Немного теории. Разберемся с терминами.

**Ц** – **цена** – сколько стоит единица товара (1 штука, 1 кг, 1 м и т.д.).

**К** – **количество** – сколько товара купили (штуки, кг, м и т.д.).

**Ст** – **стоимость** – сколько заплатили за товар (коп., руб. и т.д.).

Нарисуем сразу же «волшебный» треугольник и будем использовать его при решении всех задач на цену, количество, стоимость.

Чтобы найти **стоимость**,

нужно цену умножить на количество.

$$\text{Ст} = \text{Ц} \cdot \text{К}$$

Чтобы найти **цену**,

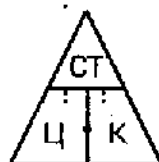
нужно стоимость разделить на количество.

$$\text{Ц} = \text{Ст} : \text{К}$$

Чтобы найти **количество**,

нужно стоимость разделить на цену.

$$\text{К} = \text{Ст} : \text{Ц}$$



\*\*\*

### 1) Простые задачи

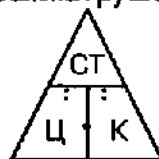
Эти задачи обычно не вызывают у детей затруднений. У вас есть возможность на этих несложных задачах приучить вашего ребенка оформлять краткую запись в виде таблицы, а перед решением записывать формулу. И, конечно, не забывать о «волшебном» треугольнике.

Килограмм груш стоит 20 рублей. Сколько стоит 3 килограмма груш?

Ц	К	Ст
20 руб.	3 кг	? руб.

$$\text{Ст} = \text{Ц} \cdot \text{К} \quad 20 \cdot 3 = 60 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 60 рублей заплатили за 3 килограмма груш.

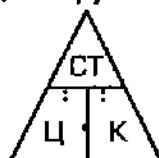


За 3 килограмма груш заплатили 60 рублей. Какова цена груш?

Ц	К	Ст
? руб.	3 кг	60 руб.

$$\text{Ц} = \text{Ст} : \text{К} \quad 60 : 3 = 20 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 20 рублей стоит 1 килограмм груш.



Килограмм груш стоит 20 рублей. Сколько килограммов груш купили, если за покупку заплатили 60 рублей?

Ц	К	Ст
? руб.	3 кг	60 руб.

$$\text{К} = \text{Ст} : \text{Ц} \quad 60 : 20 = 3 \text{ (кг)}$$

Ответ: 3 килограмма груш купили.



## 2) Составные задачи

Если ребёнок освоил простые задачи на ЦКС, то решать составные ему будет нетрудно. Главное:

- а) внимательно помещать в табличку краткую запись;
- б) не забывать про «волшебный» треугольник;
- в) составлять «цепочку»;
- г) пользоваться формулами.

Мама купила несколько пирожков с капустой по 5 руб. за штуку и столько же пирожков с мясом по 10 руб. за штуку. За пирожки с капустой она заплатила 30 руб. Сколько стоили пирожки с мясом?

Делаем краткую запись.

	Ц	К	Ст	
к.	5 р.	Одина-	3 р.	I строка
м.	10 р.	ковое	? р.	II строка



Рассуждаем.

План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? Сколько стоили пирожки с мясом, т.е. их стоимость. Обозначим ее  $Ст_м$ . (Всё про пирожки с мясом записано во второй строке таблицы.)

$Ст_м$

Смотрим на треугольник. Чтобы найти стоимость, нужно знать цену и кол-во. Цену мы знаем. Нужно найти кол-во. Кол-во пирожков с капустой и мясом одинаковое. Значит, если мы найдём, сколько купили пирожков с капустой, то узнаем, сколько было и пирожков с мясом.

$Ст_м \rightarrow K_м (K_к)$

Данные для этого у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.

$$Ст_м \xrightarrow{2)} \xrightarrow{1)} K_м (K_к)$$

Решаем задачу.

1)  $K_к = Ст_к : Ц_к$      $30 : 5 = 6$  (шт.) — пирожки с капустой;  $K_к = K_м$

2)  $Ст_м = Ц_м \cdot K_м$      $10 \cdot 6 = 60$  (р.) — пирожки с мясом

$$Ст_м = Ц_м \cdot (Ст_к : Ц_к) \quad 10 \cdot (30 : 5) = 60 \text{ (р.)}$$

Ответ: 60 рублей стоили пирожки с мясом.

Мама купила 2 рубашки по 40 руб. и 3 платья. За всю покупку она заплатила 230 руб. Сколько стоит 1 платье?



Делаем краткую запись.

	Ц	К	Ст
р.	40 р.	2 шт.	?
пл.	?	3 шт.	?

Здесь «живут» все данные с индексом 1 ( $C_1, K_1, C_{T1}$ )

Здесь «живут» все данные с индексом 2 ( $C_2, K_2, C_{T2}$ )

Рассуждаем.

Что мы должны узнать? Сколько стоит 1 платье, т.е. цену платья. Обозначим её  $C_2$ . (Всё про платья записано во второй строке таблицы.)

Смотрим на треугольник. Чтобы найти цену, нужно знать стоимость и кол-во. Кол-во мы знаем. Нужно найти стоимость.

Что же делать? Получился замкнутый круг. Ведь чтобы найти стоимость, нужно знать цену и кол-во. Посмотрим внимательно на таблицу. Мы знаем, сколько заплатили за платья и рубашки вместе. И если мы узнаем, сколько заплатили за рубашки, то сможем узнать, сколько заплатили за платья.

А чтобы найти стоимость рубашек, данные у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.

$$\overset{3)}{C_2} \rightarrow \overset{2)}{C_{T2}} \rightarrow \overset{1)}{C_{T1}}$$

Решаем задачу.

1) Сколько стоили рубашки?

$$C_{T1} = C_1 \cdot K_1 \quad 40 \cdot 2 = 80 \text{ (руб.)}$$

2) Сколько стоили платья?

$$C_{T2} = C_T - C_{T1} \quad 230 - 80 = 150 \text{ (руб.)}$$

3) Чему равна цена платья?

$$C_2 = C_{T2} : K_2 \quad 150 : 3 = 50 \text{ (руб.)}$$

$$C_2 = (C_T - C_1 \cdot K_1) : K_2 \quad (230 - 40 \cdot 2) : 3 = 50 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 50 рублей цена платья.

План решения – цепочка.

$$C_2$$

$$C_2 \rightarrow C_{T2}$$

$$\boxed{C_{T1}} \quad \boxed{C_{T2}}$$

$$C_T = 230 \text{ р.}$$

Вспомним задачи на нахождение неизвестного слагаемого.

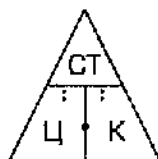
$$C_2 \rightarrow C_{T2} \rightarrow C_{T1}$$

Следующие два типа задач – наиболее сложные. Поэтому обратите на них особое внимание.

Две девочки купили 5 метров ленты по одинаковой цене. Одна уплатила 15 рублей, другая — 10 рублей. Сколько метров ленты купила каждая девочка?

Делаем краткую запись.

	Ц	К	Ст
И.д.	Одина-	? м	10 р.
II.д.	ковая	? м	15 р.



Рассуждаем.

План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? Сколько метров ленты купила каждая девочка? Т.е.  $K_1$  и  $K_2$ .

$K_1$   
 $K_2$

Чтобы найти кол-во, надо знать цену и стоимость. И кажется, что зацепиться не за что! В каждой строке по два неизвестных. НО! Мы знаем, сколько всего купили ленты, можем узнать, сколько всего заплатили. Тогда найдем и цену.

$K_1 \searrow$   
 $K_2 \nearrow$  Ц а Ст

А когда найдём цену, то узнать, сколько метров ленты купила каждая девочка, не составит труда.

«Разматываем клубочек» с конца.

$K_1 \searrow$   
 $K_2 \nearrow$  Ц а Ст

Решаем задачу.

1) Сколько денег заплатили обе девочки?

$$Ст = Ст_1 + Ст_2 = 10 + 15 = 25 \text{ (руб.)}$$

2) Чему равна цена ленты?

$$Ц = Ст : К = 25 : 5 = 5 \text{ (руб.)} \quad Ц = Ц_1 = Ц_2$$

3) Сколько метров ленты купила I девочка?

$$K_1 = Ст_1 : Ц, \quad 10 : 5 = 2 \text{ (м)} \quad \text{Выражение: } K_1 = Ст_1 : ((Ст_1 + Ст_2) : К) \\ 10 : ((10 + 15) : 5) = 2 \text{ (м)}$$

4) Сколько метров ленты купила II девочка?

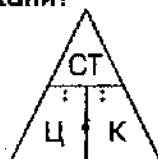
$$K_2 = Ст_2 : Ц_2, \quad 15 : 5 = 3 \text{ (м)} \quad \text{Выражение: } K_2 = Ст_2 : ((Ст_1 + Ст_2) : К) \\ 15 : ((10 + 15) : 5) = 3 \text{ (м)} \\ \text{или } K_2 = К - K_1, \quad 5 - 2 = 3 \text{ (м)} \quad \text{Выражение: } K_2 = К - Ст_1 : ((Ст_1 + Ст_2) : К) \\ 5 - 10 : ((10 + 15) : 5) = 3 \text{ (м)}$$

Ответ: 3 м ленты купила I девочка, 2 м ленты купила II девочка.

В I куске 3 метра ткани, а во II — 7 метров ткани. II кусок стоит на 240 рублей дороже. Сколько стоит каждый кусок ткани?

Делаем краткую запись.

	Ц	К	Ст
I к. Одина-		3 м	? р.
II к. ковая		7 м	? р., на 240 р. дороже



Рассуждаем.

План решения — цепочка.

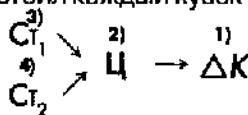
Что мы должны узнать? Сколько стоит каждый кусок ткани? Т.е.  $Ст_1$  и  $Ст_2$ .

Чтобы найти стоимость, мы должны знать цену и кол-во.

Чтобы узнать цену, мы должны знать стоимость и кол-во. Казалось бы, замкнутый круг! Но давайте обратим внимание на то, что за II кусок заплатили больше. Почему? Да потому, что сам кусок больше. За лишние метры заплатили лишние деньги. Нужно узнать, сколько метров составляет это «лишнее» количество. И ещё: давайте договоримся, что в таких случаях вместо слов «разность», «разница» мы будем писать греческую букву  $\Delta$  — «дельта».

А когда найдём цену, то узнаем, сколько стоил каждый кусок ткани.

«Разматываем клубочек» с конца.



Решаем задачу.

1) На сколько метров II кусок больше I?

$$\Delta K = K_2 - K_1 \quad 7 - 3 = 4 \text{ (м)}$$

2) Чему равна цена ткани?

$$Ц = \Delta Ст : \Delta K \quad 240 : 4 = 60 \text{ (р.)} \quad Ц = Ц_1 = Ц_2$$

3) Сколько стоит первый кусок?

$$Ст_1 = Ц_1 \cdot K_1 \quad 60 \cdot 3 = 180 \text{ (р.)}$$

$$\text{Выражение: } Ст_1 = (\Delta Ст : (K_2 - K_1)) \cdot K_1 \quad (240 : (7 - 3)) \cdot 3 = 180 \text{ (р.)}$$

4) Сколько стоит второй кусок?

$$Ст_2 = Ц_2 \cdot K_2 \quad 60 \cdot 7 = 420 \text{ (р.)}$$

$$\text{Выражение: } Ст_2 = (\Delta Ст : (K_2 - K_1)) \cdot K_2 \quad (240 : (7 - 3)) \cdot 7 = 420 \text{ (р.)}$$

$$\text{или } Ст_2 = Ст_1 + \Delta Ст \quad 180 + 240 = 420 \text{ (р.)}$$

$$\text{Выражение: } Ст_2 = (\Delta Ст : (K_2 - K_1)) \cdot K_1 + \Delta Ст \quad (240 : (7 - 3)) \cdot 3 + 240 = 420 \text{ (р.)}$$

Ответ: 180 руб. стоит I кусок ткани; 420 руб. стоит II кусок ткани.

## § 7. Задачи на движение

Немного теории. Разберёмся с терминами.

**S** – **РАССТОЯНИЕ** (путь); ИЗМЕРЯЕТСЯ В КМ, М И Т.Д.

**V** – **СКОРОСТЬ** (ЭТО РАССТОЯНИЕ, ПРЕОДОЛЕВАЕМОЕ ЗА ЕДИНИЦУ ВРЕМЕНИ); ИЗМЕРЯЕТСЯ В КМ/Ч, М/СЕК И Т.Д.

**t** – **ВРЕМЯ**; ИЗМЕРЯЕТСЯ В ЧАСАХ, МИНУТАХ И Т.Д.

Нарисуем сразу же «волшебный» треугольник и будем использовать его при решении всех задач на движение.

Чтобы найти **расстояние**,  
нужно скорость умножить на время.

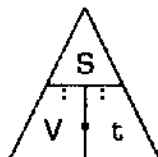
$$S = V \cdot t$$

Чтобы найти **скорость**,  
нужно расстояние разделить на время.

$$V = S : t$$

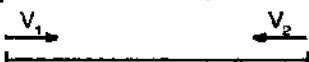
Чтобы найти **время**,  
нужно расстояние разделить на скорость.

$$t = S : V$$



Ещё при работе мы будем использовать такие термины:

**Скорость сближения** – при одновременном движении предметов навстречу друг другу (при их сближении).

$$V_{\text{сбл.}} = V_1 + V_2$$


**Скорость удаления** – при одновременном движении предметов в противоположных направлениях (при их удалении).

$$V_{\text{уд.}} = V_1 + V_2$$


**Скорость «догоняния»** – при движении предметов в одном направлении, но при этом один из них начал движение раньше и движется с большей скоростью (один отдалается, другой догоняет).

$$V_{\text{д.}} = V_1 - V_2 \quad (V_1 > V_2)$$

Будут ещё термины, связанные со скоростью течения, но рассказ о них вы найдёте в соответствующем разделе.

Краткую запись можно выполнять в виде таблицы или в виде чертежа.

\*\*\*

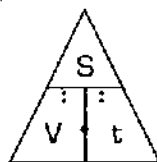


### 1) Простые задачи

Эти задачи обычно не вызывают у детей затруднений. У вас есть возможность на этих несложных задачах приучить вашего ребенка оформлять краткую запись в виде таблицы или в виде чертежа, а перед решением записывать формулу. И, конечно, не забывать о «волшебном» треугольнике.

Пешеход шёл со скоростью 5 километров в час. Какой путь он пройдет за 3 часа?

$V$	$t$	$S$
5 км/ч	3 ч	? км

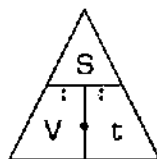


$$S = V \cdot t \quad 5 \cdot 3 = 15 \text{ (км)}$$

Ответ: 15 километров пройдет пешеход.

Пешеход за 3 часа прошёл 15 километров. С какой скоростью шёл пешеход?

$V$	$t$	$S$
? км/ч	3 ч	15 км

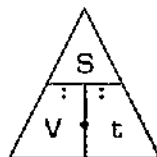


$$V = S : t \quad 15 : 3 = 5 \text{ (км/ч)}$$

Ответ: 5 км/ч скорость пешехода.

Пешеход шёл со скоростью 5 километров в час и прошёл 15 километров. Сколько времени шел пешеход?

$V$	$t$	$S$
5 км/ч	? ч	15 км



$$t = S : V \quad 15 : 5 = 3 \text{ (ч)}$$

Ответ: 3 часа шёл пешеход.

## 21 Составные задачи на «одновременное» движение

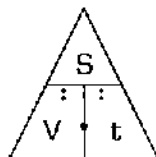
Если ребёнок хорошо усвоил, как решаются простые задачи на движение, то составные для него будут не простыми, а очень простыми.

Краткое условие можно оформлять в виде таблицы, но всё-таки чаще бывает удобнее чертёж.

Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали две машины. Скорость первой — 80 км/ч, скорость второй — 60 км/ч. Через сколько часов машины встретятся, если расстояние между городами 280 километров?

Делаем краткую запись.

	V	t	S
I м.	80 км/ч	Одина- ? ч	? км
II м.	60 км/ч	ковое	? км
			280 км



Как видите, табличная краткая запись весьма ненаглядная. Попробуем призвать на помощь чертёж.

Внимательно читаем задачу.

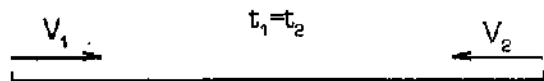
Все изображаем на чертеже.

Из двух городов ...



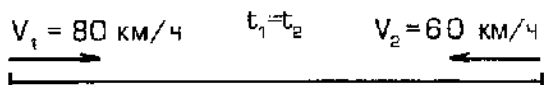
Путь между двумя городами изобразим отрезком.

...одновременно на-  
встречу друг другу вые-  
хали две машины. ...

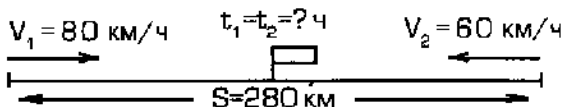


Обозначим стрелочками направление движения машин. Скорость I машины —  $V_1$ , II —  $V_2$ . Если машины выехали одновременно и через какое-то время встретились, значит, время их движения одинаковое.

...Скорость I — 80 км/ч,  
скорость II — 60 км/ч. ...

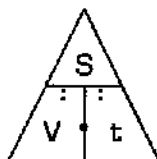
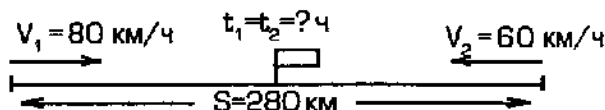


Через сколько часов  
машины встретятся,  
если расстояние меж-  
ду городами 280 км?



Обозначим место встречи флажком. Запишем вопрос задачи. Внизу укажем расстояние между городами.

Краткая запись в форме чертежа готова. (Обратите внимание на то, что это схема. Ни о какой масштабной точности здесь нет и речи!)



### Рассуждаем.

### План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? Через сколько часов машины встретятся? Поскольку время движения у них одинаковое, обозначим его просто  $t$ .

$t$

Смотрим на треугольник. Чтобы найти время, нужно знать скорость и путь. Путь нам известен. А скоростей знаем аж целых две. Что же нам с ними делать? Рассуждаем дальше. Весь путь между городами машины проехали вдвоём (каждая – свой кусочек). Они сближались. Нам нужно узнать, сколько времени они не просто ехали, а сближались. Значит, мы хотим найти скорость сближения. На стр. 39 эта формула дана. А откуда она взялась? Стоят на каком-то расстоянии друг от друга два человека. Один сделал навстречу 2 шага. Другой – 3. На сколько шагов они сблизились? Правильно, на 5. Следовательно, скорость сближения находим сложением.

$t \rightarrow V_{\text{сбл}}$

Чтобы найти скорость сближения, данные у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.

2) 1)  
 $t \rightarrow V_{\text{сбл}}$

### Решаем задачу.

1)  $V_{\text{сбл}} = V_1 + V_2 \quad 80 + 60 = 140 \text{ (км/ч)}$  — скорость сближения двух машин

2)  $t = S : V_{\text{сбл}} \quad 280 : 140 = 2 \text{ (ч)}$  — время движения до встречи

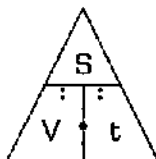
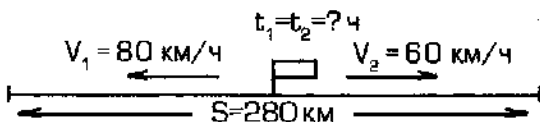
$$t = S : (V_1 + V_2) \quad 280 : (80 + 60) = 2 \text{ (ч)}$$

Ответ: через 2 часа машины встретятся.

Следующая задача очень похожа на предыдущую, только машины движутся в противоположных направлениях.

Из города в противоположных направлениях выехали две машины. Скорость первой — 80 км/ч, скорость второй — 60 км/ч. Через сколько часов расстояние между машинами будет 280 километров?

Делаем краткую запись.



Рассуждаем.

План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? Через сколько часов расстояние между машинами будет 280 километров? Поскольку время движения у них одинаковое, обозначим его просто  $t$ .

Смотрим на треугольник. Чтобы найти время, нужно знать скорость и путь. Путь нам известен. А скоростей знаем аж целых две. Что же нам с ними делать? Давайте рассуждать. Весь путь машины проехали вдвоём (каждая – свой кусочек). Они удалялись. Нам нужно узнать, сколько времени они не просто ехали, а сколько времени они удалялись. Значит, мы хотим найти скорость удаления. На стр. 39 эта формула дана. А откуда она взялась? Стоят рядом друг с другом два человека. Потом они стали расходиться в противоположных направлениях. Один сделал 2 шага. Другой – 3. На сколько шагов они удалились друг от друга? Правильно, на 5. Следовательно, скорость удаления, как это ни покажется странным, находим сложением.

Чтобы найти скорость удаления, данные у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.

$$\begin{array}{l} 2) \quad 1) \\ t \rightarrow V_{уд} \end{array}$$

Решаем задачу.

$$1) V_{уд.} = V_1 + V_2 = 80 + 60 = 140 \text{ (км/ч)} -$$

скорость удаления двух машин

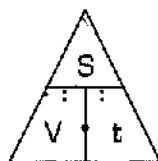
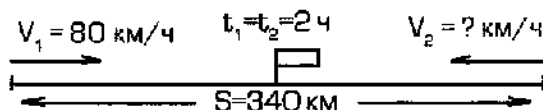
$$2) t = S : V_{уд.} \quad 280 : 140 = 2 \text{ (ч.)} - \text{ время движения машин}$$

$$t = S : (V_1 + V_2) \quad 280 : (80 + 60) = 2 \text{ (ч.)}$$

Ответ: через 2 часа расстояние между машинами будет 280 км.

Из двух городов, расстояние между которыми 340 километров, выехали одновременно навстречу друг другу две машины. Скорость первой — 80 км/ч. Какова скорость второй машины, если встретились они через 2 часа?

Делаем краткую запись.



Рассуждаем.

Что мы должны узнать? С какой скоростью ехала вторая машина?

План решения – цепочка.

$V_2$

Смотрим на треугольник. Чтобы найти скорость, нужно знать путь и время. Путь мы знаем и время знаем. Вроде бы всё замечательно. Но давайте подумаем, а разве II машина проехала этот путь одна? Нет, ей «помогала» I машина. Они сближались. Значит, нам нужно найти скорость сближения.

$V_2 \rightarrow V_{\text{сбл}}$

Для этого все данные у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.

$V_2 \xrightarrow{2)} \xrightarrow{1)} V_{\text{сбл}}$

Решаем задачу.

1) Чему равна скорость сближения двух машин?

$$V_{\text{сбл.}} = S : t \quad 340 : 2 = 170 \text{ (км/ч)}$$

2) Чему равна скорость второй машины?

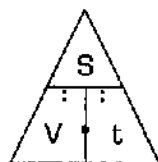
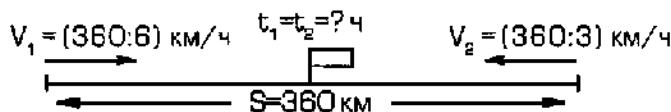
$$V_2 = V_{\text{сбл.}} - V_1 \quad 170 - 80 = 90 \text{ (км/ч)}$$

$$V_2 = S : t - V_1 \quad 340 : 2 - 80 = 90 \text{ (км/ч)}$$

Ответ: 90 км/ч скорость второй машины.

Первая машина проходит расстояние 360 км между городами за 6 часов. Вторая — за 3 часа. Через сколько часов они встретятся, если одновременно выедут навстречу друг другу?

Прежде чем составить краткую запись, рассуждай так: чтобы найти время, надо знать расстояние и скорость каждой машины. Первая машина проезжает 360 км за 6 часов, а значит её скорость  $(360 : 6)$  км/ч, скорость второй машины —  $(360 : 3)$  км/ч.



Рассуждаем.

План решения — цепочка.

Что мы должны узнать? Через сколько часов встретятся машины, если одновременно выедут навстречу друг другу?

↑

Смотрим на треугольник. Чтобы найти время, нужно знать путь и скорость (теперь мы уже можем назвать её точнее: скорость сближения). Путь мы знаем.

$$t \rightarrow V_{\text{сбл}}$$

Чтобы найти скорость сближения, нужно знать каждую скорость в отдельности.

$$t \rightarrow V_{\text{сбл}} \begin{cases} \nearrow V_1 \\ \searrow V_2 \end{cases}$$

А каждую скорость в отдельности мы найти можем. Ведь данные для этого у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.

$$t \xrightarrow{4)} V_{\text{сбл}} \begin{cases} \nearrow 1) V_1 \\ \searrow 2) V_2 \end{cases}$$

Решаем задачу.

$$1) V_1 = S : t_1 \quad 360 : 6 = 60 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость I машины}$$

$$2) V_2 = S : t_2 \quad 360 : 3 = 120 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость II машины}$$

$$3) V_{\text{сбл.}} = V_1 + V_2 \quad 60 + 120 = 180 \text{ (км/ч)} \text{ —}$$

скорость сближения двух машин

$$4) t = S : V_{\text{сбл.}} \quad 360 : 180 = 2 \text{ (ч.)} \text{ —}$$

время движения машин до встречи

$$t = S : (S : t_1 + S : t_2) \quad 360 : (360 : 6 + 360 : 3) = 2 \text{ (ч.)}$$

Ответ: через 2 часа встретятся машины.

### 3) Задачи на «догонялки» и «трубы»

Вот и добрались мы до задач, о которых у взрослых остались самые жуткие воспоминания. Редко кто из родителей может помочь ребёнку справиться с этим «ужасом». Задачи на догонялки и задачи про трубы разного диаметра, которые вливают и выливают воду, – родные сестры.

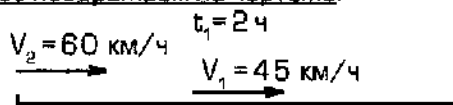
Разберём несколько задач, и вы увидите, что ничего страшного в них нет. Даже наоборот, решать их очень интересно.

**Мотоциклист выехал из города со скоростью 45 км/ч, через 2 часа следом за ним выехала машина со скоростью 60 км/ч. Через сколько часов машина догонит мотоцикл?**

Внимательно читаем задачу.

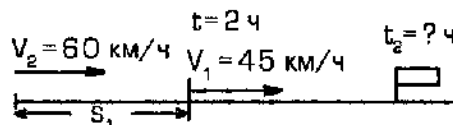
Всё изображаем на чертеже.

Мотоциклист выехал из города со скоростью 45 км/ч, через 2 часа следом за ним выехала машина со скоростью 60 км/ч. ...



Как же изобразить на рисунке, что машина выехала позже? Очень просто. Когда машина выехала, мотоциклист был уже далеко. Так и нарисуем. То время, которое мотоциклист двигался один, назовем  $t_1$ .

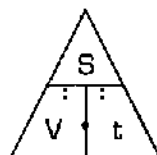
... Через сколько часов машина догонит мотоцикл?



Обозначим то место, где машина догонит мотоцикл, флажком, а время, через которое встреча произойдёт, –  $t_2$ . Обязательно нужно показать на чертеже расстояние, которое проехал мотоциклист до того, как начала движение машина ( $S_1$ ).

Можно, конечно, записать все в таблицу.

	$V$	$t$	$S$
мот.	45 км/ч	2 ч	? км
маш.	60 км/ч	? ч	? км



Но чертёж всё-таки нагляднее.

### Рассуждаем.

### План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? Через сколько часов машина догонит мотоцикл.

$t_2$

Чтобы найти время, нужно знать скорость и путь. Теперь разберёмся: какую скорость, какой путь?

Почему машина догонит мотоцикл? Потому что она едет быстрее. И поэтому она приближается к мотоциклу. С какой скоростью? Со скоростью «догоняния». На стр. 39 эта формула дана. А откуда она взялась? Стоят на некотором расстоянии друг от друга два человека. Потом они начинают двигаться в одном направлении. Один сделал 3 шага. Другой, следом за ним, – 5. На сколько шагов второй приблизился к первому? Правильно, на 2. Следовательно, скорость «догоняния» находим вычитанием.

$$t_2 \rightarrow V_d$$

Чтобы найти скорость догоняния, данные у нас есть.

Почему машине пришлось догонять мотоцикл? Потому что он выехал раньше и успел уехать. Далеко? Нужно узнать.

$$t_2 \rightarrow \begin{matrix} V_d \\ S_1 \end{matrix}$$

Чтобы найти путь, пройденный мотоциклом до того, как машина начала движение, данные у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.

$$\begin{matrix} 3) & & 2) \\ t_2 & \rightarrow & V_d \\ & \searrow & 1) \\ & & S_1 \end{matrix}$$

### Решаем задачу.

1) Какой путь проехал мотоциклист, пока ехал один?

$$S_1 = V_1 t \quad 45 \cdot 2 = 90 \text{ (км)}$$

2) На сколько км приближается машина к мотоциклу в течение каждого часа?

$$V_d = V_2 - V_1 \quad 60 - 45 = 15 \text{ (км/ч)}$$

3) Сколько часов понадобится машине, чтобы догнать мотоцикл, т.е. преодолеть 90 км, которые их разделяли вначале, а потом начали уменьшаться каждый час на 15 км?

$$t_2 = S_1 : V_d \quad 90 : 15 = 6 \text{ (ч)}$$

Ответ: через 6 часов машина догонит мотоцикл.



Эту задачу можно решить, составив уравнение, только придется немного по-другому обозначить её компоненты.

Рассуждаем.

Пусть  $S_1$  – путь который проедет мотоциклист до встречи,

а  $S_2$  – путь, который проедет машина до встречи.

Поскольку машина мотоцикл догнала, путь они прошли одинаковый.

Значит,  $S_1 = S_2$ .

А как найти путь? Надо скорость умножить на время.

Поэтому вместо  $S_1$  пишем  $V_1 t_1$ , а вместо  $S_2$  –  $V_2 t_2$  ( $V_1$  – скорость мотоциклиста,  $t_1$  – его время в пути до встречи;  $V_2$  – скорость машины,  $t_2$  – её время в пути до встречи).

Вот что у нас получилось:  $V_1 t_1 = V_2 t_2$

Мы знаем, что мотоцикл ехал на 2 часа больше, чем машина, значит,  $t_1 = t_2 + 2$ .

Вместо  $t_1$  подставляем его значение.

Получилось уравнение:  $V_1(t_2 + 2) = V_2 t_2$ .

Теперь вместо букв подставляем числа и решаем уравнение:

$$45(t_2 + 2) = 60t_2$$

$$45t_2 + 90 = 60t_2$$

$$60t_2 - 45t_2 = 90$$

$$15t_2 = 90$$

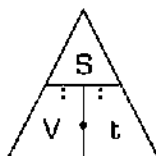
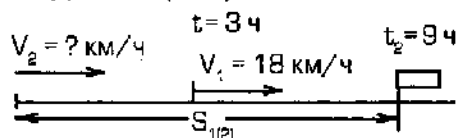
$$t_2 = 90 : 15$$

$$t_2 = 6 \text{ (ч)}$$

Ответ: через 6 часов машина догонит мотоцикл.

От пристани со скоростью 18 км/ч отошла лодка. Через 3 часа за ней отправилась другая лодка и догнала первую еще через 9 часов. С какой скоростью двигалась вторая лодка?

Делаем краткую запись.



### Рассуждаем.

### План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? С какой скоростью двигалась вторая лодка.

$$V_2$$

Чтобы найти скорость, нужно знать время и путь. Время движения второй лодки мы знаем. Значит, нужно найти путь, который она прошла. А прошла она такой же путь, как и первая, – они ведь оказались в одной и той же точке.

$$V_2 \rightarrow S_{1(2)}$$

Узнать, какой путь прошла первая лодка, мы можем. Её скорость мы знаем. Нужно выяснить, сколько времени она двигалась.

$$V_2 \rightarrow S_{1(2)} \rightarrow t_1$$

Данные для этого у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.

$$\overset{3)}{V_2} \rightarrow \overset{2)}{S_{1(2)}} \rightarrow \overset{1)}{t_1}$$

### Решаем задачу.

1) Сколько всего времени двигалась первая лодка?

$$t_1 = t + t_2 \quad 3 + 9 = 12 \text{ (ч)}$$

2) Какой путь прошла первая (и вторая) лодка?

$$S_{1(2)} = V_1 t_1 \quad 18 \cdot 12 = 216 \text{ (км)}$$

3) С какой скоростью двигалась вторая лодка?

$$V_2 = S_{1(2)} : t_2 \quad 216 : 9 = 24 \text{ (км/ч)}$$

$$V_2 = (V_1(t + t_2)) : t_2 \quad (18 \cdot (3 + 9)) : 9 = 24 \text{ (км/ч)}$$

Ответ: 24 км/ч скорость второй лодки.

Эту задачу можно решить, составив уравнение.

Пусть  $S_1$  – путь, который пройдет I лодка до встречи,

а  $S_2$  – путь, который пройдет II лодка до встречи.

Поскольку одна лодка догнала другую, путь они прошли одинаковый.

Значит,  $S_1 = S_2$ .

А как найти путь? Надо скорость умножить на время.

Поэтому вместо  $S_1$  пишем  $V_1 t_1$ , а вместо  $S_2$  –  $V_2 t_2$  ( $V_1$  – скорость I лодки,  $t_1$  – ее время в пути до встречи;  $V_2$  – скорость II лодки,  $t_2$  – её время в пути до встречи).

Вот, что у нас получилось:  $V_1 t_1 = V_2 t_2$

Мы знаем, что I лодка двигалась на 3 часа больше, чем II, –  $t_1 = t_2 + 3$ .

Вот наше уравнение:  $V_1(t_2 + 3) = V_2 t_2$

Теперь вместо букв подставляем числа:  $18 \cdot (9 + 3) = V_2 \cdot 9$ .

А дальше совсем всё просто.

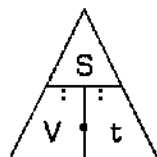
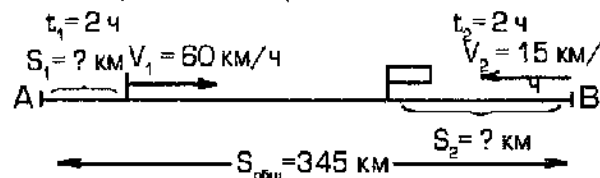
Раздел у нас про задачи «на догонялки». А если машины выехали навстречу друг другу, но в разное время? Посмотрим...

Из города А в город В, которые находятся на расстоянии 350 км, выехала со скоростью 60 км/ч машина. Через 2 часа навстречу ей выехал велосипедист со скоростью 15 км/ч. На каком расстоянии от города В они встретятся?

### Размышляем.

Если есть возможность «упростить себе жизнь», это обязательно нужно сделать. Можно представить себе, что транспортные средства выехали навстречу друг другу одновременно, но находились ближе друг к другу (машина, пока ехала одна существенно сократила расстояние!).

Все изображаем на чертеже.



Сначала, как и решили, «упрощаем себе жизнь». «Отрежем» тот кусочек, который проехала машина, пока двигалась без велосипедиста.

1) Какой путь прошла машина, пока ехала одна?

$$S_1 = V_1 t_1 \quad 60 \cdot 2 = 120 \text{ (км)}$$

2) Какой путь осталось проехать машине и велосипедисту?

$$S = S_{\text{общ}} - S_1 \quad 345 - 120 = 225 \text{ (км)}$$

А теперь составляем цепочку и продолжаем решать задачу.

### Рассуждаем.

### План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? На каком расстоянии от города В встретились машина и велосипедист (т.е. сколько проехал велосипедист).

$$S_2$$

Чтобы найти путь, нужно знать скорость и время. Скорость движения велосипедиста мы знаем. Значит, нужно найти время, в течение которого он этот путь проехал.

$$S_2 \rightarrow t_2$$

«Волшебный» треугольник опять поможет. Чтобы найти время движения велосипедиста, нужно знать путь и скорость. Но велосипедист ведь ехал не один. Машина ему «помогала» путь проехать. Значит, нужно найти скорость сближения.

$$S_2 \rightarrow t_2 \rightarrow V_{\text{сбл}}$$

А для этого данные у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.

$$\overset{3)}{S_2} \rightarrow \overset{2)}{t_2} \rightarrow \overset{1)}{V_{\text{сбл}}}$$

(На самом деле «клубочек» гораздо длиннее. Ведь задача-то решается в пять действий!  $S_2 \rightarrow t_2 \rightarrow V_{\text{сбл}} \rightarrow S_{\text{встр}} \rightarrow S_1$ ).

Продолжаем решать задачу.

3) Какова скорость их сближения?

$$V_{\text{сбл}} = V_1 + V_2 \quad 60 + 15 = 75 \text{ (км/ч)}$$

4) Сколько времени велосипедисту понадобилось, чтобы проехать оставшийся путь? (Такой же путь пройдет и машина!)

$$t_2 = S : V_{\text{сбл}} \quad 225 : 75 = 3 \text{ (ч)}$$

5) Какое расстояние проехал велосипедист за это время (т.е., на каком расстоянии от города В встретились машина и велосипедист)?

$$S_2 = V_2 \cdot t_2 \quad 15 \cdot 3 = 45 \text{ (км)}$$

$$S_2 = V_2 [(S_{\text{встр}} - V_1 \cdot t_1) : (V_1 + V_2)] \quad 15 \cdot [(345 - 60 \cdot 2) : (60 + 15)] = 45 \text{ (км)}$$

Ответ: на расстоянии 45 км от города В встретились машина и велосипедист.

Как видите, всё не так уж страшно.

\*\*\*

Задачи «на трубы» – «близкие родственники» задач на движение. Давайте с ними познакомимся.

В бассейне помещается 9000 л воды. Бассейн наполняется 2 трубами, через первую в минуту вливается 250 л, через вторую 350 л. За сколько минут наполнится бассейн, если открыть одновременно две трубы?

Представим себе, что расстояние в 9000 км провезжают две машины. Одна со скоростью 250 км/ч, вторая – 350 км/ч. Через сколько часов они встретятся? Такие задачи мы решать умеем.

Бак, вмещающий 108 л, имеет две трубы, через одну трубу в минуту вытекает 7 л, через другую вливается 10 л. За сколько минут наполнится бак, если открыть две трубы одновременно?

Похоже ведь на задачу на скорость «догоняния». На сколько литров в минуту вторая труба «догонит» первую? 10–7. На 3. А сколько литров нужно налить в бак? 108.  $108 : 3 = 32$  (мин.)

Видите, не так и страшны задачи «на трубы».

#### 4) Задачи на «скорость течения»

В предыдущих разделах мы рассматривали движение различных предметов без учёта действия на них каких-либо внешних сил. Но представим себе лодку, которая плывёт по спокойному озеру, и ту же лодку, но на реке с сильным течением. Во втором случае существенное влияние на движение лодки будет оказывать течение реки.

При решении задач, в которых будет учитываться скорость течения, нам понадобятся следующие термины:

$V_c$  — собственная скорость плывущего предмета (т.е. скорость предмета в стоячей воде);

$V_t$  — скорость течения;

$V_{по\ t.}$  — скорость предмета, плывущего по течению;

$V_{пр.т.}$  — скорость предмета, плывущего против течения.

Если лодка будет плыть по течению, то течение будет лодке «помогать», подталкивать её, добавляя ей свою скорость.

$$V_{по\ t.} = V_c + V_t$$

$$V_c = V_{по\ t.} - V_t$$

$$V_t = V_{по\ t.} - V_c$$

И, наоборот, если лодка будет плыть против течения, то течение будет ей «мешать», тащить её со своей скоростью в противоположную сторону.

$$V_{пр.т.} = V_c - V_t$$

$$V_c = V_{пр.т.} + V_t$$

$$V_t = V_c - V_{пр.т.}$$

А если лодка шла сначала по течению, а потом двинулась обратно? Когда она плыла по течению, то к её собственной скорости прибавлялась скорость течения. Потом, когда лодка пошла против течения, из её собственной скорости скорость течения стала «отниматься». Значит, чтобы найти скорость лодки против течения, зная её скорость по течению, нужно два раза вычесть скорость течения. Сходным образом рассуждаем при вычислении скорости лодки по течению.

$$V_{пр.т.} = V_{по\ t.} - 2V_t$$

$$V_{по\ t.} = V_{пр.т.} + 2V_t$$

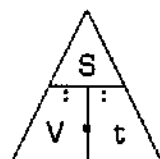
$$V_t = (V_{по\ t.} - V_{пр.т.}) : 2$$

Моторная лодка шла 3 часа вверх по течению со скоростью 20 км/ч. Сколько времени ей понадобится на обратный путь, если скорость течения 5 км/ч?

Делаем краткую запись.

Изобразить на чертеже, как течение «толкает» лодку или «мешает» ей двигаться, довольно трудно. Поэтому выполним краткую запись в виде таблицы.

	V	t	S
по теч.	? км/ч	? ч	одина-
пр. теч.	20 км/ч	3 ч	ковый
течение	5 км/ч		

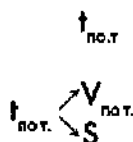


Рассуждаем.

План решения – цепочка.

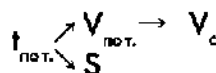
Сколько времени понадобилось лодке на обратный путь (т.е. по течению).

Чтобы найти время движения по течению, нужно знать скорость лодки по течению и путь, пройденный ею.



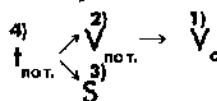
Чтобы найти путь, все данные есть.

Чтобы узнать скорость лодки по течению, нужно знать собственную скорость лодки.



Чтобы найти собственную скорость лодки, все данные есть.

«Разматываем клубочек» с конца.



Решаем задачу.

- 1)  $V_c = V_{пр.т.} + V_t$   $20 + 5 = 25$  (км/ч) — собственная скорость лодки
- 2)  $V_{по.т.} = V_c + V_t$   $25 + 5 = 30$  (км/ч) — скорость лодки по течению
- 3)  $S = V_{пр.т.} \cdot t_{пр.т.}$   $20 \cdot 3 = 60$  км — путь
- 4)  $t_{по.т.} = S : V_{по.т.}$   $60 : 30 = 2$  (ч) — время на обратный путь

Ответ: 2 часа лодка потратила на обратный путь.

## § 8. Задачи на нахождение части числа или числа по его части

При решении таких задач очень важно выделить два понятия: **все число** и **часть числа**.

### 1) Задачи на доли

В книге 60 страниц. Ученик прочитал  $1/3$ . Сколько страниц прочитал ученик?

Делаем краткую запись.

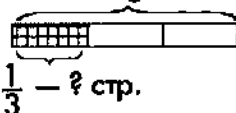
Чтобы наглядно представить себе то, о чем говорится в задаче, помимо краткой записи, нарисуем полосочку и всё изобразим ещё и графически.

И ещё: если мальчик прочитал  $1/3$  книги, то вся книга будет составлять  $3/3$ .

Вся кн. —  $3/3$  кн. — 60 стр.

Часть кн. —  $1/3$  кн. — ? стр.

60 стр. —  $\frac{3}{3}$  (всё число)



Рассуждаем.

Мы знаем всё число, нам нужно узнать часть числа.

Решаем задачу.

$$60 : 3 = 20 \text{ (стр.)}$$

Ответ: 20 страниц прочитал ученик.

Длина  $1/4$  части ленты 8 метров. Какова длина всей ленты?

Делаем краткую запись.

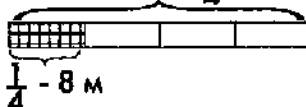
Чтобы наглядно представить себе то, о чем говорится в задаче, помимо краткой записи, нарисуем полосочку и все изобразим ещё и графически.

И еще: если часть ленты —  $1/4$  книги, то вся лента будет составлять  $4/4$ .

Часть ленты —  $1/4$  — 8 м

Вся лента —  $4/4$  — ? м

Вся лента — ? м ( $\frac{4}{4}$  всё число)



Рассуждаем.

Мы знаем часть числа, нам нужно узнать всё число. «Кусочек» повторяется в целом 4 раза.

Решаем задачу.

$$8 \cdot 4 = 32 \text{ (м)}$$

Ответ: 32 метра длина всей ленты.

## 2) Задачи на дроби

Прежде чем решать задачи на дроби, разберемся, что же такое дробь.

- 5** – числитель (показывает, сколько частей взяли).  
— – дробная черта (то же, что знак деления).  
**9** – знаменатель (показывает, на сколько частей разделили число).

У Мити было 15 марок.  $\frac{3}{5}$  он наклеил в альбом. Сколько марок наклеил Митя?

Для решения такой задачи есть правило.

**Чтобы найти дробь числа,  
нужно число разделить на знаменатель,  
а результат умножить на числитель.**

Попробуем представить себе наглядно смысл этого правила.

Делаем краткую запись.

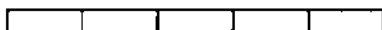
Если Митя наклеил  $\frac{3}{5}$  марок, то все марки будут составлять  $\frac{5}{5}$ .

Все марки —  $\frac{5}{5} = 15$  шт.

Часть марок —  $\frac{3}{5} = ?$  шт.

Чтобы наглядно представить себе то, о чем говорится в задаче, помимо краткой записи, нарисуете полосочку и все изобразим еще и графически.

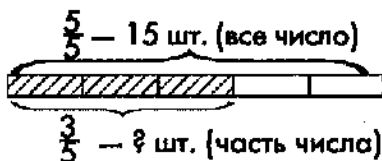
Рисуем полосочку и делим её на 5 равных частей (ведь знаменатель у нас – 5).



Митя наклеил  $\frac{3}{5}$ . Значит, заштриховываем 3 части.



А теперь подписываем числовые данные.



Рассуждаем и решаем задачу.

Всего марок 15, это всё число –  $\frac{5}{5}$ . Мне нужно найти  $\frac{3}{5}$ . Для того, чтобы найти 3 части, необходимо сначала найти 1 часть. Я знаю, что 15 – это 5 частей. Значит, чтобы найти 1 часть, я 15 разделю на 5. А потом найду 3 части, т.е. полученный результат умножу на 3.

$$\underbrace{15 : 5}_{\frac{1}{5}} = 3 = 9 \text{ (м.)}$$

Проверяю.

Все марки – 15 штук. Митя наклеил  $\frac{3}{5}$ . Такое может быть.

Ответ: 9 марок наклеил Митя.



От ленты отрезали 12 метров, что составило  $\frac{3}{4}$  ее длины. Чему равна была длина всей ленты?

Для решения такой задачи есть правило.

**Чтобы найти число по дроби,**  
нужно число разделить на числитель  
и результат умножить на знаменатель.

Попробуем представить себе наглядно смысл этого правила.

Делаем краткую запись.

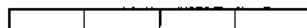
Если от ленты отрезали  $\frac{3}{4}$ , то вся лента будет составлять  $\frac{4}{4}$ .

Вся лента —  $\frac{4}{4}$  — ? м

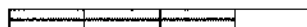
Часть ленты —  $\frac{3}{4}$  — 12 м

Чтобы наглядно представить себе то, о чем говорится в задаче, помимо краткой записи, нарисуем полосу и все изобразим еще и графически.

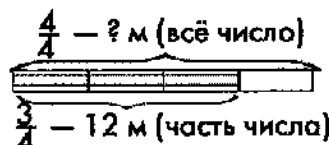
Рисуем полосочку и делим её на 4 равных части (ведь знаменатель у нас — 4).



От ленты отрезали  $\frac{3}{4}$ . Значит, заштриховываем 3 части.



А теперь подписываем числовые данные.



Рассуждаем и решаем задачу.

Отрезали 12 м, это  $\frac{3}{4}$ . Мне нужно найти длину всей ленты, т.е.  $\frac{4}{4}$ . Для того, чтобы найти 4 части, необходимо сначала найти 1 часть. 12 м — это 3 части. Значит, чтобы найти 1 часть, я 12 разделю на 3. А потом найду 4 части, умножив полученный результат на 4.

$$12 : 3 \cdot 4 = 16 \text{ (м)}$$

$\frac{1}{4}$

Проверяю.

Вся лента 16 метров. Часть ленты — 12 м. Такое может быть.

Ответ: 16 метров длина всей ленты.

### 3) Задачи на проценты

Если ваш ребёнок хорошо понял, как решаются задачи на дроби, то с задачами на проценты проблем не возникнет. Если вы видите, что ребёнок не понимает, как их решать, вернитесь к задачам на доли.

Что такое проценты?

Дроби, знаменатель которых равен 100,  
называют процентами  
и записывают с помощью знака %.

Например: 1% от 600 равен  $600/100$ , т.е. 6.

Сколько человек было в кинотеатре, если 1% всех зрителей составляет 7 человек?

Делаем краткую запись.

Часть — 1% — 7 чел.

Всего — 100% — ? чел.

Рассуждаем и решаем задачу.

Одна часть — 7 человек. Чтобы найти 100 частей, нужно 7 повторить 100 раз.

$$7 \cdot 100 = 700 \text{ (чел.)}$$

Ответ: 700 человек было в кинотеатре.

На поле площадью 620 га работали комбайны. За день они убрали 15% всего поля. Сколько га пшеницы убрали комбайны?

Делаем краткую запись.

Часть — 15% — ? га

Всего — 100% — 620 га

Рассуждаем и решаем задачу.

Мы знаем 100 частей. Чтобы найти 15 частей, нужно знать 1 часть.

1) Сколько га составляет 1%?

$$620 : 100 = 6,2 \text{ (га)}$$

2) Сколько га составляют 15%?

$$6,2 \cdot 15 = 93 \text{ (га)}$$

$$\underbrace{620 : 100}_{1\%} \cdot 15 = 93 \text{ (га)}$$

Ответ: 93 га убрали за сутки комбайны.

Ученик прочитал 138 страниц, что составляет 23% числа всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?

Делаем краткую запись.

Часть — 23% — 138 стр.

Всего — 100% — ? стр.

Рассуждаем и решаем задачу.

Мы знаем 23 части. Чтобы найти 100 частей, нужно знать 1 часть.

1) Сколько страниц составляет 1%?

$$138 : 23 = 6 \text{ (стр.)}$$

2) Сколько страниц составляет 100%?

$$6 \cdot 100 = 600 \text{ (стр.)}$$

$$138 : \underbrace{23}_{1\%} \cdot 100 = 600 \text{ (стр.)}$$

Ответ: 600 страниц в книге.

В школе 700 учащихся. Среди них 357 мальчиков. Сколько % от всего числа учеников они составляют?

Делаем краткую запись.

Часть — ?% — 357 уч.

Всего — 100% — 700 уч.

Рассуждаем и решаем задачу.

Мы знаем 100 частей. И должны узнать, сколько раз по 1 части уместится в 357.

1) Сколько человек составляет 1%?

$$700 : 100 = 7 \text{ (чел.)}$$

2) Сколько % мальчиков в школе

(сколько раз по 7 умещается в числе 357)?

$$357 : 7 = 51 (\%)$$

$$357 : \underbrace{(700 : 100)}_{1\%} = 51 (\%)$$

Ответ: 51% учащихся составляют мальчики.

## § 9. Задачи на нахождение среднего арифметического

Это правило нужно выучить обязательно.

Чтобы найти среднее арифметическое нескольких чисел, нужно их сложить, а полученную сумму разделить на количество слагаемых.

Например: Найти среднее арифметическое 27, 29, 30, 32.

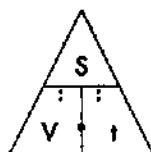
$$(27 + 29 + 30 + 32) : 4 = 29,5$$

С задачами будет немножко сложнее.

Машина ехала 2 часа со скоростью 65 км/ч и 4 часа со скоростью 78 км/ч. Найти среднюю скорость машины.

Делаем краткую запись.

	V	t	S
I ч.	65 км/ч	2 ч	?
II ч.	78 км/ч	4 ч	?



Рассуждаем.

План решения – цепочка.

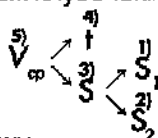
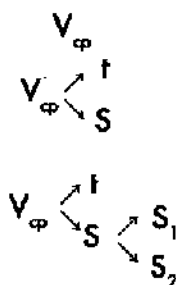
Нам нужно найти среднюю скорость машины.

Чтобы найти скорость, нужно знать все время движения машины и путь, который она проехала.

Чтобы найти время, все данные есть.

Чтобы найти путь, нужно знать, сколько километров прошла машина за 2 часа, и сколько километров прошла машина за 4 часа.

«Разматываем клубочек» с конца.



Решаем задачу.

1)  $S_1 = V_1 t_1 \quad 65 \cdot 2 = 130 \text{ (км)} — \text{I часть пути}$

2)  $S_2 = V_2 t_2 \quad 78 \cdot 4 = 312 \text{ (км)} — \text{II часть пути}$

3)  $S = S_1 + S_2 \quad 130 + 312 = 442 \text{ (км)} — \text{весь путь}$

4)  $t = t_1 + t_2 \quad 2 + 4 = 6 \text{ (ч)} — \text{все время}$

5)  $V_{\text{ср}} = S : t \quad 442 : 6 = 73,7 \text{ (км/ч)} — \text{средняя скорость машины}$

$V_{\text{ср}} = (V_1 t_1 + V_2 t_2) : (t_1 + t_2) \quad \{65 \cdot 2 + 78 \cdot 4\} : (2 + 4) = 73,7 \text{ (км/ч)}$

Ответ: 73,7 км/ч средняя скорость машины.

**§ 10. Задачи,  
которые удобнее решать уравнениями,  
но можно и логически**

Стул в 9 раз дешевле стола. Вместе они стоят 8000 рублей. Сколько стоит стул и стол?

Рассуждаем и записываем «рассказ» в тетрадь.

Пусть стул стоит  $x$  рублей.

Тогда стол стоит  $9x$  рублей.

Вместе они стоят  $(x + 9x)$  рублей.

В задаче сказано, что вместе они стоят 8000 рублей.

Составляю уравнение:

$$x + 9x = 8000$$

$$10x = 8000$$

$$x = 8000 : 10$$

$$x = 800 \text{ (р.)} \text{ — стоит стул}$$

$$9x = 9 \cdot 800$$

$$9x = 7200 \text{ (р.)} \text{ — стоит стол}$$

$$\text{или } 8000 - 800 = 7200 \text{ (р.)} \text{ — стоит стол}$$

Решаем задачу логически.

А теперь вспомним повесть Н. Носова «Витя Малеев в школе и дома». Помните, как Витя для сестрёнки решал задачу: *«Мальчик и девочка рвали в лесу орехи. Мальчик сорвал орехов в 2 раза больше девочки. А всего они собрали 120 орехов. Сколько орехов каждый сорвал в отдельности?»*

Витя мучился очень долго, пока он не придумал для себя, что мальчик смог собрать орехов в 2 раза больше, потому что у него было два кармана, а у девочки – один. Т.е. орехи раскладывались в 3 кармана!

Так же, как Витя, будем рассуждать и мы.

Рассуждаем.

Стул в 9 раз дешевле стола, значит стол в 9 раз дороже. На стол приходится 9 частей денег, а на стул – 1 часть. Сколько всего частей?

Решаем.

$$9 + 1 = 10 \text{ (ч.)}$$

Теперь узнаем, сколько рублей приходится на одну часть. Столько стоит стул.  $8000 : 10 = 800 \text{ (р.)}$

Определяем, сколько стоит стол, т.е. находим 9 частей.  $800 \cdot 9 = 7200 \text{ (р.)}$

**Ответ: 800 рублей стоит стул, 7200 рублей стоит стол.**

Портфель дороже папки на 720 рублей. Вместе они стоят 800 рублей. Сколько стоит портфель и сколько папка?

Рассуждаем и записываем «рассказ» в тетрадь.

Пусть папка стоит  $x$  рублей.

Тогда портфель стоит  $(x + 720)$  рублей.

Вместе они стоят  $(x + x + 720)$  рублей.

В задаче сказано, что вместе они стоят 800 рублей.

Составляю **уравнение**:

$$x + x + 720 = 800$$

$$2x = 80$$

$$x = 80 : 2$$

$$x = 40 \text{ (р.)} \text{ — стоит папка}$$

$$x + 720 = 40 + 720$$

$$x + 720 = 760 \text{ (руб.)} \text{ — стоит портфель}$$

$$\text{или } 800 - 40 = 760 \text{ (руб)} \text{ — стоит портфель}$$

Ответ: 760 рублей стоит портфель; 40 рублей стоит папка.

Площадь зала в 6 раз больше площади класса. Найдите площадь зала, если она больше площади класса на  $250 \text{ м}^2$ .

Рассуждаем и записываем «рассказ» в тетрадь.

Пусть  $S$  класса  $x \text{ м}^2$

Тогда  $S$  зала  $6x \text{ м}^2$

$S$  з. больше  $S$  кл. на  $(6x - x) \text{ м}^2$

В задаче сказано, что  $S$  зала больше  $S$  класса на  $250 \text{ м}^2$

Составляю **уравнение**:

$$6x - x = 250$$

$$5x = 250$$

$$x = 250 : 5$$

$$x = 50 \text{ (м}^2\text{)} \text{ — площадь класса}$$

$$6 \cdot 50 = 300 \text{ (м}^2\text{)} \text{ — площадь зала}$$

$$\text{или } 250 + 50 = 300 \text{ (м}^2\text{)} \text{ — площадь зала}$$

Ответ:  $300 \text{ м}^2$  площадь зала.

## § 11. Геометрические задачи

### 1) Задачи на периметр

Периметр – это сумма длин сторон геометрической фигуры.

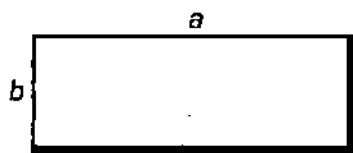
Периметр измеряется в мм, см, м и т.д.

Обычно предлагаются задачи на нахождение периметра или стороны квадрата или прямоугольника. Их и будем рассматривать.

Разберемся с прямоугольником.

Противоположные стороны прямоугольника равны.

Поэтому «комплект» из **a+b** повторяется 2 раза. Посмотрите на чертеж: первый «комплект» начерчен более тонкими, а второй – более жирными линиями.



Выводим формулу периметра прямоугольника:

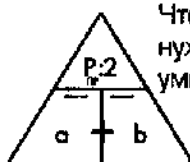
$$P_{\text{пр}} = (a + b) \cdot 2$$

А теперь подумаем, как найти одну из сторон, допустим, сторону **a**. Во-первых, нам не нужны 2 «комплекта». Вполне достаточно одного. Поэтому периметр делим пополам. Во-вторых, если мы ищем сторону **a**, сторона **b** нам не нужна. Мы её вычтем. Вот и всё.

Формула стороны прямоугольника:

$$a_{\text{пр}} = P_{\text{пр}} : 2 - b$$

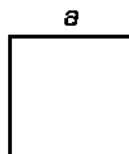
Поможет нам и «волшебный» треугольник.



Чтобы найти периметр (закрой верх треугольника пальчиком), нужно сложить **a** и **b**. Но это будет половина периметра. Сумму умножим на 2. Периметр найден.

Чтобы найти сторону (закрой одну из них пальчиком), нужно из половины периметра вычесть другую сторону.

С квадратом ещё проще. Все стороны квадрата равны. Чтобы найти периметр квадрата, нужно четыре раза повторить его сторону.



$$P_{\text{кв}} = a \cdot 4$$

Чтобы найти сторону квадрата, нужно периметр разделить на 4.

$$a_{\text{кв}} = P_{\text{кв}} : 4$$

А теперь, вооружённые этими знаниями, приступим к решению задач. Начнём с самых простых.

**Найди периметр прямоугольника со сторонами 5 и 7 см.**

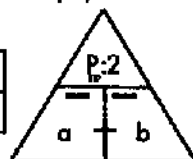
Делаем краткую запись. Её можно записать обычно или в форме таблицы.

$$a = 5 \text{ см}$$

$$b = 7 \text{ см} \quad \text{или}$$

$$P_{\text{пр}} = ? \text{ см}$$

a	b	P
5 см	7 см	? см



Пишем формулу и подставляем в неё значения.

$$P_{\text{пр}} = (a + b) \cdot 2$$

$$P_{\text{пр}} = (5 + 7) \cdot 2$$

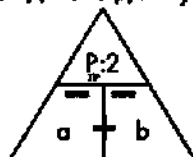
$$P_{\text{пр}} = 24 \text{ (см)}$$

**Ответ:** 24 сантиметра периметр прямоугольника.

**Периметр прямоугольника 24 см. Его ширина 3 см. Найди его длину.**

Делаем краткую запись.

a	b	P
? см	3 см	24 см



Пишем формулу и подставляем в неё значения.

$$a_{\text{пр}} = P_{\text{пр}} : 2 - b$$

$$a_{\text{пр}} = 24 : 2 - 3$$

$$a_{\text{пр}} = 9 \text{ (см)}$$

**Ответ:** 9 сантиметров сторона прямоугольника.

**Найди периметр квадрата со стороной 6 см.**

$$a = 6 \text{ см}$$

$$P_{\text{кв}} = ? \text{ см}$$

$$P_{\text{кв}} = a \cdot 4$$

$$P_{\text{кв}} = 6 \cdot 4$$

$$P_{\text{кв}} = 24 \text{ (см)}$$

**Ответ:** 24 сантиметра периметр квадрата.

**Периметр квадрата 24 см. Найди его сторону.**

$$a = ? \text{ см}$$

$$P_{\text{кв}} = 24 \text{ см}$$

$$a_{\text{кв}} = P_{\text{кв}} : 4$$

$$a_{\text{кв}} = 24 : 4$$

$$a_{\text{кв}} = 6 \text{ (см)}$$

**Ответ:** 6 сантиметров сторона квадрата.

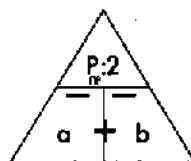


Решим более трудную задачу.

Периметры двух прямоугольников одинаковые. Длина первого прямоугольника 6 см, ширина 3 см. Найди ширину второго прямоугольника, если его длина 8 см.

Делаем краткую запись.

	$a$	$b$	$P_{\text{пр}}$
I пр.	6 см	3 см	Одина-
II пр.	8 см	? см	ковый



Рассуждаем.

Что мы должны узнать? Ширину второго прямоугольника.

План решения – цепочка.

$b_2$

Чтобы найти ширину второго прямоугольника, нужно знать его периметр, который равен периметру первого прямоугольника.

$b_2 \rightarrow P_{\text{пр}2(1)}$

Чтобы найти периметр первого прямоугольника, данные у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.

$b_2 \xrightarrow{2) \quad 1)} P_{\text{пр}2(1)}$

Решаем задачу.

По действиям:

$$1) P_{\text{пр}1} = (a_1 + b_1) \cdot 2$$

$$P_{\text{пр}1} = (6 + 3) \cdot 2$$

$$P_{\text{пр}1} = 18 \text{ (см)}$$

$$P_{\text{пр}1} = P_{\text{пр}2}$$

$$2) b_2 = P_{\text{пр}2} : 2 - a_2$$

$$b_2 = 18 : 2 - 8$$

$$b_2 = 1 \text{ (см)}$$

Выражением:  $b_2 = (a_1 + b_1) \cdot 2 - a_2$

$$b_2 = (6 + 3) \cdot 2 - 8$$

$$b_2 = 1 \text{ (см)}$$

Ответ: 1 сантиметр ширина второго прямоугольника.

## 2) Задачи на площадь

Площадь – это внутреннее пространство геометрической фигуры.

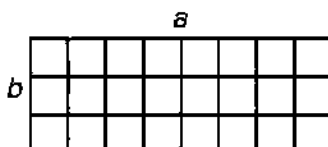
Площадь измеряется в  $\text{мм}^2$ ,  $\text{см}^2$ ,  $\text{м}^2$  и т.д.

Обычно предлагаются задачи на нахождение площади или стороны квадрата или прямоугольника. Их и будем рассматривать.

Разберёмся с прямоугольником.

Противоположные стороны прямоугольника равны.

Пусть сторона  $a=8$  см, а сторона  $b=3$  см. Значит внутри прямоугольника в длину уложится 8 квадратиков со стороной 1 см, а в ширину – 3 таких квадратика. Как же посчитать количество квадратиков? У нас 8 повторяется 3 раза или 3 повторяется 8 раз.



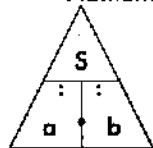
Выводим формулу площади прямоугольника:

$$S_{\text{пр}} = a \cdot b$$

А теперь подумаем, как найти одну из сторон, допустим, сторону  $a$ . Вспомним, как найти неизвестный множитель, и формула стороны прямоугольника перед нами:

$$a = S_{\text{пр}} : b$$

Поможет нам и «волшебный» треугольник.

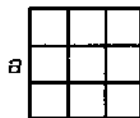


Чтобы найти площадь (закрой верх треугольника пальчиком), нужно перемножить  $a$  и  $b$ .

Чтобы найти сторону (закрой одну из них пальчиком), нужно площадь разделить на другую сторону.

Все стороны квадрата равны. Чтобы найти площадь квадрата, нужно умножить его сторону саму на себя.

$$S_{\text{кв}} = a \cdot a$$



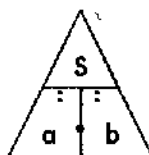
А найти сторону квадрата по его площади в начальной школе можно только методом «научного тыка». Ведь малыши не умеют извлекать квадратный корень. Поэтому нужно сообразить, какое число нужно умножить само на себя, чтобы получилось значение площади ( $9=3 \cdot 3$ ;  $16=4 \cdot 4$ ;  $25=5 \cdot 5$  и т.д.)

Перейдём сразу к сложной задаче.

Два прямоугольника имеют одинаковую площадь. Длина первого 8 см. Ширина его 9 см. Найди ширину второго прямоугольника, если его длина 6 см.

Делаем краткую запись.

	a	b	$S_{\text{пр}}$
I пр.	8 см	9 см	Одина-
II пр.	6 см	? см	ковая



Рассуждаем.

Что мы должны узнать? Ширину второго прямоугольника.

Чтобы найти ширину второго прямоугольника, нужно знать его площадь, которая равна площади первого прямоугольника.

Чтобы найти площадь первого прямоугольника, данные у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.

$$\overset{2)}{b_2} \rightarrow \overset{1)}{S_{\text{пр}2(1)}}$$

Решаем задачу.

По действиям:

$$1) S_{\text{пр}1} = a_1 \cdot b_1$$

$$S_{\text{пр}1} = 8 \cdot 9$$

$$S_{\text{пр}1} = 72 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{пр}1} = S_{\text{пр}2}$$

$$2) b_2 = S_{\text{пр}2} : a_2$$

$$b_2 = 72 : 6$$

$$b_2 = 12 \text{ (см)}$$

Выражением:  $b_2 = a_1 \cdot b_1 : a_2$

$$b_2 = 8 \cdot 9 : 6$$

$$b_2 = 12 \text{ (см)}$$

Ответ: 12 сантиметров ширина второго прямоугольника.

### 3) Задачи на объём

**Объём – это внутреннее пространство  
геометрического тела.**

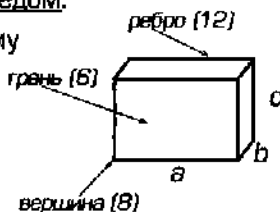
Объём измеряется в мм<sup>3</sup>, см<sup>3</sup>, м<sup>3</sup> и т.д.

Обычно предлагаются задачи на нахождение объёма или стороны прямоугольного параллелепипеда или куба. Их и будем рассматривать.

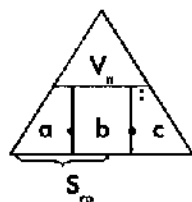
Разберемся с прямоугольным параллелепипедом.

Все формулы выводятся очень просто, поэтому просто посмотрите на результат.

Формула объёма:  **$V_{\text{пр}} = a \cdot b \cdot c$**



Взгляните на «волшебный» треугольник.



Чтобы найти объём, закрываем пальчиком верхушку и перемножаем три множителя.

Чтобы найти площадь грани, нужно объём разделить на высоту.

Чтобы найти высоту, нужно объём разделить на площадь грани.

В задачах часто встречается задание найти площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда (например, поклеить комнату обоями).

$$\mathbf{S_{п.п.} = (ab + ac + bc) \cdot 2}$$

Иногда нужно бывает вычислить, сколько проволоки пойдёт на то, чтобы из неё согнуть прямоугольный параллелепипед. Для этого нужно найти сумму длин рёбер.

$$\mathbf{L = (a + b + c) \cdot 4}$$

У куба длина всех рёбер одинаковые, поэтому формулы будут проще.

Объём куба:  **$V_{\text{к}} = a \cdot a \cdot a = a^3$**

Площадь поверхности куба:  **$S_{\text{п.п.}} = a \cdot a \cdot 6 = 6a^2$**

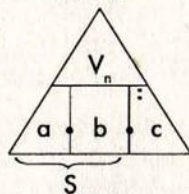
Сумма длин рёбер куба:  **$L = a \cdot 12 = 12a$**

Решим задачу.

В аквариум длиной 12 дм, шириной 8 дм влили 24 восьмилитровых ведра воды. На сколько дециметров поднялась вода в аквариуме?

Делаем краткую запись.

a	b	c	V
12 дм	8 дм	? дм	24 в. по 8 л



Рассуждаем.

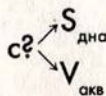
План решения – цепочка.

Что мы должны узнать? На сколько дм поднялась вода в аквариуме, т.е. высоту получившегося из долитой воды прямоугольного параллелепипеда.

Чтобы найти высоту образовавшегося прямоугольного параллелепипеда, нужно найти объем аквариума и площадь его дна.

Чтобы найти объем прямоугольного параллелепипеда и площадь дна аквариума, данные у нас есть.

«Разматываем клубочек» с конца.



Решаем задачу.

По действиям:

$$1) V_{\text{акв}} = 8 \cdot 24$$

$$V_{\text{акв}} = 192 (\text{дм}^3)$$

$$2) S_{\text{дна}} = a \cdot b$$

$$S_{\text{дна}} = 12 \cdot 8$$

$$S_{\text{дна}} = 96 (\text{дм}^2)$$

$$3) c = V_{\text{акв}} : S_{\text{дна}}$$

$$c = 192 : 96$$

$$S_{\text{дна}} = 2 (\text{дм})$$

Выражением:  $c = (8 \cdot 24) : (a \cdot b)$

$$c = (8 \cdot 24) : (12 \cdot 8)$$

$$c = 2 (\text{дм})$$

Ответ: на 2 дециметра поднимется высота воды в аквариуме.

Вот и всё. Не так уж много и не так уж страшно. Конечно же, здесь рассмотрены далеко не все типы задач, которые вам могут встретиться. Но, что очень важно, в книге показан **подход к любой задаче**. Если задача все-таки не получается, сделайте шаг назад – решите задачу из той же темы, но проще. Если опять не получается, вернитесь к простым задачам на эту тему.

\*\*\*

Один мальчик в четвёртом классе никак не мог понять задачи на движение. Что только ни делали учительница и мама: чертили, брали игрушечные машинки и двигали их, «ставили опыты на себе» (изображали транспортные средства) – ничего не помогало, **пока не докопались до причины**. Оказывается, человек за лето просто-напросто забыл, что такое умножение!

Надеюсь, намёк понятен?

**В учебный комплект  
для каждого класса входят:**

1. Т. Шклярова Сборник упражнений
2. Т. Шклярова С/р "Реши задачу!"
3. Т. Шклярова С/р "Попробуй реши!"
4. Т. Шклярова С/р "Измеряй и вычисляй!"
5. Т. Шклярова С/р "Проверим знание  
таблицы умножения!"
6. Т. Шклярова "Устный счёт"
7. С. Есенина "Как научить Вашего ребёнка  
быстро считать"

**О скучном – интересно,  
о сложном – доступно.**

1. Л. Гурвич "Как я учил  
моего мальчика геометрии"
2. Т. Шклярова "Как я учила мою девочку  
таблице умножения"
3. И. Кулешов, Т. Шклярова "Карты и карточки  
для изучения таблицы умножения"
4. Е. Журавлёв "Как научиться работать  
с обыкновенными дробями"
5. Т. Михеева "Софизмы. Алгебра, геометрия,  
тригонометрия"

**Литература для учителя.**

1. Е. Ерохина "Игровые уроки математики" 5-11 кл.
2. Т. Шклярова "Как научить Вашего ребёнка  
решать задачи"

